

# Sýnishorn af aðfallsgreiningu

## Val breyta, ákvörðun á líkani og myndræn framsetning

Í þessu dæmi ætlum við að skoða meðaleinkunnir reykvískra grunnskóla á samræmdum prófum í 10. bekk. Við vinnum með gagnasafn sem birtist í Morgunblaðinu vorið 1999 og sýndi meðaleinkunnir skóla, menntunarstig íbúa í hverju skólahverfi fyrir sig og hlutfallslegan fjölda óheimilla fjarvista.

Við skulum nota meðaleinkunnir skóla sem fylgibreytu og reyna að skýra hana á grundvelli menntunarstigs í skólahverfi og óheimilla fjarvista. Við gerum ráð fyrir að hátt menntunarstig og litlar fjarvistir tengist hárrí meðaleinkunn skóla.

Menntunarstig er gefið upp sem hlutfall íbúa sem hafa grunnskóla-, iðn-, framhaldsskóla- og háskólamenntun. Þessar fjórar breytur leggjast saman í 100%. Til einföldunar búum við til nýja breytu, MenntStig, sem er vegið meðaltal af hinum breytunum og tekur gildi á bilinu 1–4 eftir því hvaða menntunarstig er ríkjandi í skólahverfinu.

Fjöldi óheimilla fjarvista, Fjarvist, er á bilinu 0–3% en í þorra skólanna eru þær innan við 2%. Menntunarstig dreifist tiltölulega lítið og eru öll skólahverfi blanda af ólíkum menntunarstigum. Meðaleinkunn á samræmdum prófum er frá fjórum upp í rúmlega sex og er dreifingin lítillega neikvætt skekkt.

Innbyrðis tengsl breytanna eru töluverð eins og sést á fylki fylgniritra. Inn á myndritin eru dregnar 80% „lowess“ línur. Bæði menntunarstig og fjöldi fjarvista tengist meðaleinkunnum skóla tiltölulega línulega. Menntunarstig tengist meðaleinkunnum mjög sterkt ( $r(19) = 0,85$ ) en þar ræður miklu að Fellaskóli er mjög lágur á báðum þessum breytum.

Fjarvistir tengjast einnig meðaleinkunnum skóla en ekki eins sterkt ( $r(19) = -0,62$ ). Hér eykur Fellaskóli aftur sambandið þar sem hann er með mjög lága meðaleinkunn og margar óheimilar fjarvistir.

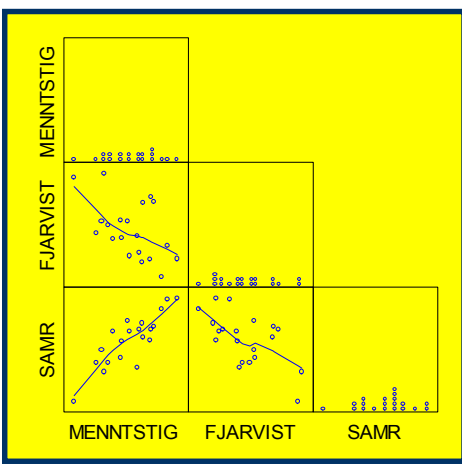
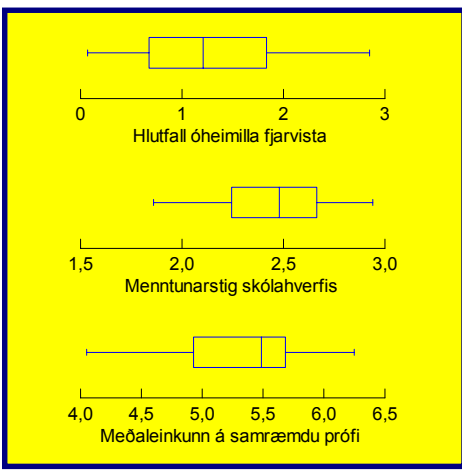
Að síðustu tengjast frumbreyturnar innbyrðist þannig að í skólum í hverfum með hátt menntunarstig einkennast gjarnan af fáum óheimilum fjarvistum ( $r(19) = -0,52$ ).

Það líkan sem virðist blasa við er að skýra meðaleinkunnir skóla (SAMR) með menntunarstigi (MenntStig) og óheimilum fjarvistum (Fjarvist). Ramminn hér til hliðar sýnir niðurstöðurnar. Líkanið veitir góða forspá eins og sést bæði á hárrí skýrðri dreifingu og lágri staðalvillu spágildis. Staðalvilla spágildis ( $SE_{Est}$ ) gefur upp dreifingu mæligilda í kringum aðfallslínuna. Í okkar tilviki vikja meðaltöl einstakra skóla aðeins um fjórðung úr einingu frá línunni miðað við 68% öryggi.

Skýrð dreifing ( $R^2$ ) og staðalvilla spágildis hafa hvort um sig ákveðna kosti þegar meta á forspárhæfni líkans. Skýrð dreifing er staðlaður mælikvarði sem er auðskiljanlegur og gerir mögulegt að bera saman forspárhæfni ólíkra líkana og jafnvel líkana með ólíkum fylgibreytum. Skýrð dreifing hefur hins vegar þann galla að vera háð breytileika úrtaksins sem hún er metin í. Ef frumbreyta dreifist mikið í því úrtaki sem líkanið er metið í, mun hún að öðru jöfnu skýra meira af dreifingu fylgibreytunnar;  $R^2$  mun hækka. Því verður að fara gætilega við túlkun á  $R^2$  og við samanburð líkana úr ólíkum úrtökum eða ólíkum þýðum.

Staðalvilla spágildis er óháð breytileika í úrtakinu. Það er því hæðarleikur að bera saman forspárhæfni milli úrtaka eða þýða þrátt fyrir ólíkan breytileika. Hins vegar er staðalvillan á kvarða fylgibreytunnar sjálfar og því ekki hægt að bera saman líkön með ólíkum fylgibreytum. Það kemur þó varla að sök því slíkur samanburður eðlisólíkra líkana er óalgengur.

$$\text{Compute MenntStig} = (\text{Grunn} \cdot 1 + \text{Iðn} \cdot 2 + \text{Fram} \cdot 3 + \text{Hásk} \cdot 4) / 100.$$



Breyta	Hallatala	SE	p
Fasti	2,06	0,76	0,014
MenntStig	1,44	0,27	0,000
Fjarvist	-0,17	0,10	0,103

$R^2 = 0,76$   $SE_{Est} = 0,28$

Líkanið er marktækt í heild sinni,  $F(2, 17) = 27,2, p < 0,001$ . Þetta túlkum við á sama hátt og önnur marktæktarpróf. Ef engin tengsl eru á milli frumbreytanna og fylgibreytunnar í þýði eru minna en 0,1% líkur á svona sterkum (eða sterkari) tengslum í úrtakinu. Við gerðum ráð fyrir að þarna væru einhver tengsl og því megum við vel við una að fá heildarlíkanið marktækt.

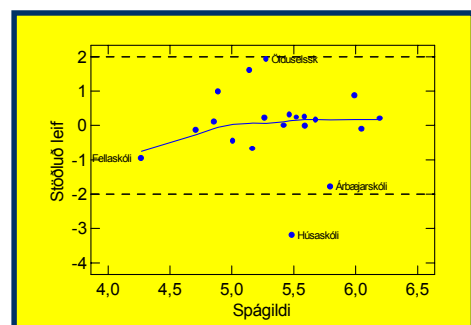
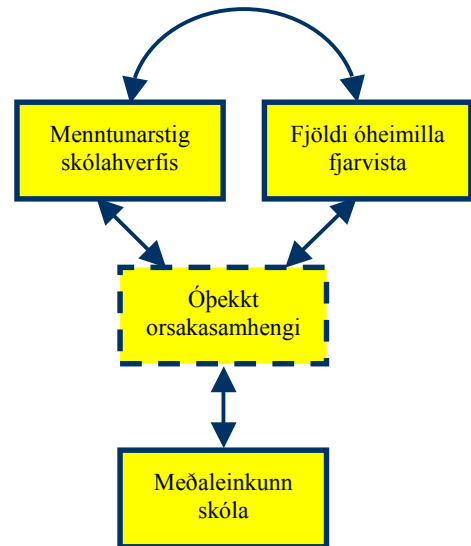
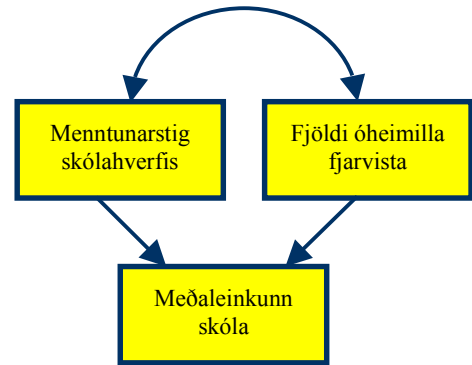
Þessu næst skoðum við líkanið sjálft. Hallastuðlarnir segja okkur að ef Menntunarsstig skólahverfis, *án þess að óheimilum fjarvistum fækki*, megi búast við að meðaleinkunn skólans á samræmdu prófi muni hækka um næstum 1,5. Á sama hátt mun meðaleinkunnin lækka um 0,17 fyrir hvert prósentustig í aukningu óheimila fjarvistum, þ.e. ef menntunarsstig hverfisins helst óbreytt. Það er neikvæð fylgni milli frumbreytanna tveggja og því má búast við að fjarvistum fækki ef menntunarsstig hækkar og að menntunarsstig lækki þegar fjarvistum fjölgar. Heildaráhrifin af breytingum á menntunarsstigi eða fjölda óheimilla fjarvasta verða því meiri en ofangreindir hallastuðlar gefa til kynna.

Þessi túlkun byggist á því að aðfallslíkanið sé rétt orsakalíkan af tengslum menntunarsstigs, fjarvasta og meðaleinkunnar á samræmdum prófum. Auðvitað vitum við ekki hvort svo sé og getum haft okkar efasemdir. Getum við hækkað meðaleinkunn skóla með því að fjölga háskólamenntuðum íbúum í skólahverfi hans eða fækka óheimilum fjarvistum nemendanna? Slíkt er aðeins sennilegt ef líkanið hefur náð að magnbinda þær osakir sem raunverulega ákvarða frammistöðu grunnskóla í Reykjavík. Í því ljósi séð er líkanið ekki sennilegt. Auðvitað geta fjarvistir nemenda komið niður á námsárangri, en óheimilar fjarvistir á bilinu 1–3% ættu varla að skipta sköpum. Menntunarsstig skólahverfis er einnig ótvírætt ekki raunveruleg orsakabreyta. Þótt aukning (eða fækkun) verði á háskólamenntuðum íbúum hverfisins, sér þessi tæpast stað í skólanum. Íbúar hafa lítil áhrif á skólastarf; það hafa kennarar, nemendur og foreldrar. Menntunarsstig skólahverfis breytir eflaust töluvert fyrir skólastarf en áhrifin verða vegna þeirra nemenda sem koma í skólann, þeirra kennara sem ráða sig til starfa, samstarfi þessara tveggja aðila og þeirra við foreldrana. Það er því fjöldi flókinna ferla sem gætu tengt menntunarsstig við skólastarf og skólastarfið við meðaleinkunn skólans. Því er alls óvíst að fjölgun háskólamenntaðra íbúa ein og sér myndi skila þeim áhrifum sem líkanið segir fyrir um.

Til að gæta fyllstu varkárni í túlkun líkansins væri eðlilegt að líta á það sem lýsingu á tengslum breytanna þriggja en ekki sem skýringu þeirra. Ef við förum úr einu skólahverfi í annað megum við búast við að breytingar verði bæði á menntunarsstigi íbúanna og fjarvistum nemenda. Þessar breytingar frá einu skólakerfi til annars munu birtast í meðaleinkunnum skóla með þeim hætti sem líkanið segir fyrir um. Það þarf ekki að tákna að þessar tvær frumbreytur séu þeir orsakabættir sem eru að verki við að ákvarða meðaleinkunnir skólanna.

Athugun þessu næst leif aðfallslíkansins. Leif (*residual*) er mismunurinn á spágildi og raungildi (*observed value*) líkansins reiknuð fyrir hverja einustu færslu (einstakling, stak). Við kjósum að nota staðlaða leif<sup>1</sup> og að birta hana með samsvarandi spágildum í svonefndu leifarriti (*residual plot*).

Ef færsla er með mjög háa eða lága leif, felur það í sér að líkanið lýsi henni mjög illa. Slík tilvik þarf því að skoða nánar og jafnvel leita skýringa. Það er matsatriði hvað telst hátt og hvað lágt í þessu tilviki en oft er miðað við  $\pm 3$ . Ef leifin er normaldreifð ætti aðeins eitt gildi af hverjum þúsund að lenda þar fyrir utan og því næsta víst að um óvenjulegt gildi sé að ræða. Einnig má miða við  $\pm 2$  en þá er um algengara frávik að ræða, þ.e. frávik sem verður í um 5%



<sup>1</sup> Við notum „studentized“ leif eða það sem SPSS kallar „adjusted deleted residual.“

tilvika. Í stórum gagnasöfnum getur þurft að miða við meira frávik en  $\pm 3$ ; í þúsund manna úrtaki mun að meðaltali eitt gildi lenda utan þeirra marka, jafnvel þótt allt sé í stakasta lagi með líkanið.

Í okkar tilviki sjáum við aðeins eitt gildi utan  $\pm 3$  markanna, Húsaskóli. Við erum aðeins með 20 skóla og því er mjög óvenjulegt að sjá svona mikið frávik í leifinni. Nánari skoðun á Húsaskóla leiðir í ljós að hann er með lága meðaleinkunn á samræmdum prófum í 10. bekk en menntunarstig og fjöldi óheimilla fjarvista eru í meðallagi. Leifin segir okkur að Húsaskóli ætti að hafa mun hærri meðaleinkunn en raun er á; nákvæmlega það sama og við myndum sjálf álykta út frá menntunarstigi skólaverfisins og fjarvistum. Greinilega á líkanið alls ekki við um Húsaskóla; þar eru einhver önnur öfl að verki en þau sem líkanið nær að lýsa.

Tveir aðrir skólar eru einnig áhugaverðir. Árbæjarskóli sker sig töluvert frá öðrum skólum vegna mjög neikvæðrar leifar, en er þó innan við  $\pm 2$  mörkin. Skólaverfi hans einkennist af háu menntunarstigi og einnig eru mjög lítið um óheimilar fjarvistir í skólanum. Þrátt fyrir þar er meðaleinkunn hans aðeins í meðallagi. Hinn skólinn er Ölduselsskóli sem er með mjög jákvæða staðlaða leif og alveg upp við  $\pm 2$  mörkin. Hann er með háa meðaleinkunn þrátt fyrir að menntunarstig sé aðeins í meðallagi og óheimilar fjarvistir yfir meðallagi. Hvorugur þessara skóla skapar vandamál fyrir líkanið. Engu að síður er áhugavert að skoða þá og átta sig á því hvers vegna þeir víkja þó svona mikið frá líkaninu.

Annað viðmið er það að leifin dreifist jafnt óháð spágildinu. Fljótt á lítið virðist svo vera, þ.e. leifin sýnist vera einsleit (*homoscedasticity*). Nánari athugun sýnir þó að fleiri skólar hafa jákvæða leif en neikvæða en að það sé vegið upp mjög neikvæðum gildum fyrir Húsaskóla og Árbæjarskóla. Ef horft er fram hjá Húsaskóla, virðist líkanið í þokkalegu lagi en yrði óneitanlega mun snyrtilegra ef það næði að lýsa þeim skóla líka.

Skóli	Samr	MenntStig	Fjarvist
Hagaskóli	6,2	2,9	0,6
Hlíðaskóli	6,2	2,8	0,9
Hvassaleitis	6,0	2,8	0,1
Ölduselssk	5,8	2,4	1,6
Álftamýrask	5,7	2,6	0,5
Austurbæjar	5,7	2,7	2,1
Háteigsskóli	5,6	2,5	0,7
Laugalækjar	5,6	2,7	2,2
Foldaskóli	5,5	2,3	1,1
Réttarholts	5,5	2,4	0,6
Vogaskóli	5,4	2,6	2,1
Árbæjarskóli	5,4	2,7	0,5
Seljaskóli	5,3	2,4	1,1
Hamraskóli	5,2	2,1	1,6
Langholtsskóli	5,0	2,3	1,6
Hólabrekkuskóli	4,9	2,1	1,3
Rimaskóli	4,9	2,2	1,5
Húsaskóli	4,8	2,5	1,2
Breiðholtsskóli	4,7	2,2	2,9
Fellaskóli	4,0	1,9	2,7

Húsaskóli er ungur skóli sem er staðsettur í einu af nýbyggingarhverfum borgarinnar. Ef við skoðum einstaka skóla sjáum við að skólar með háa meðaleinkunn og hátt menntunarstig hverfis eru flestir í „grónum“ hverfum. Húsaskóli hefur menntunarstig og fjarvistir eins og skóli í „grónu“ hverfi en meðaleinkunn eins og skóli sem er í „nýju“ hverfi. Ef við skoðum önnur frávik, kemur í ljós að þau eru mest hjá skólum sem eru í nýjum hverfum.<sup>2</sup> Því má velja því fyrir sér hvort Húsaskóli sé einfaldlega mjög sérstakur skóli eða hvort í líkanið vanti einhverja frumbreyta sem myndi draga spágildi Húsaskóla nær raungildi hans.<sup>3</sup>

Skoðum nú aftur líkanið sem við máttum. Við höfum þegar rætt hallatölurnar og hvernig beri að túlka þær. Auk þeirra er gefin upp staðalvilla hallatalnanna. Þannig er MenntStig með hallatöluna 1,44 og staðalvilluna 0,28. Staðalvillan gefur upp mat aðfallsgreiningarforritsins á því hver sé sennilegur breytileiki hallatölnnar frá einu úrtaki til annars, þ.e. miðað við að öll úrtökin séu rétt dregin úr sama þýði. Samkvæmt því má búast við að hallatalan í þýðinu sé einhvers staðar á bilinu  $1,44 \pm 0,28$  miðað við 68% öryggi, þ.e. á bilinu 1,16 til 1,72. Á sama hátt getum við ályktað að bilið  $-0,27$  til  $-0,07$  (þ.e.  $-0,17 \pm 0,10$ ) innihaldi þýðishallatölu fyrir fjölda óheimilla fjarvista.<sup>4</sup> Talnagildið fyrir fastann í líkaninu má túlka eins, en yfirleitt hefur túlkun hans þó lítið áhersluatriði.

Þegar við hugleiðum þessi öryggisbil þá fáum við dálítið nýja sýn á marktæktörlurnar sem gefnar eru upp fyrir einstakar hallatölur líkansins. Í öðru úrtaki gæti hallatala menntunarstigs verið 1,16 og hallatala fjarvista verið svo lágt sem  $-0,27$ . Þegar þetta er hugleitt verður einnig augljóst að þótt MenntStig sé marktækt og Fjarvist sé ómarktækt í líkaninu þarf svo

<sup>2</sup> Auðvitað er hæpið að telja Árbæjarskóla vera í nýju hverfi. Aðrir punktar sem sýna frávik um eða utan við  $\pm 1$  tilheyra Foldaskóla og Hamraskóla en Hlíðarskóli og Fellaskóli eru þar einnig nálægt.

<sup>3</sup> Fljótt á lítið virðist þetta ein og sama staðhæfingin, því sérstakur er sá skóli sem er með óvenju hátt eða lágt gildi á einhverri breytu í eða utan líkansins. Munurinn á þessum tveimur staðhæfingum felst í því hvort breytan greinir á milli annarra skóla eða aðeins milli Húsaskóla og hinna. Í seinna tilfellinu skiptir breytan litlu máli fyrir líkanið í heild sinni þó svo að hún nái að lýsa sérstöðu Húsaskóla og minnka frávik hans í leifinni.

<sup>4</sup> Þetta öryggi ber að túlka þannig að í 68% úrtaka úr viðkomandi þýði muni samsvarandi öryggisbil innihalda hallastuðul þýðisins.

ekki að vera í öðru úrtaki.<sup>5</sup> Því er ekki hægt að líta á marktækt þannig að eitthvað sé raunverulegt og skort á marktækt þannig að niðurstaðan sé tilkomin vegna einberrar tilviljunar. Hallastuðull getur verið marktækur þótt breyta hafi ekki áhrif í þýði og hann getur verið ómarktækur þótt hún hafi umtalsverð áhrif í þýði.

Ef hallastuðull frumbreytu er ómarktækur geta það verið mistök að fjarlægja hana úr líkaninu. Ef breytan hefur áhrif í þýði og er með fylgni við aðrar frumbreytur í líkaninu verður brottnám hennar til að skekkja (*bias*) hallastuðla hinna breytanna. Líkanið verður því rangt, þ.e. bæði vantar í það eina frumbreytu en einnig eru áhrif þeirra sem eru í líkaninu ranglega metin. Í reynd vitum við ekkert hvort breyta hefur eða hefur ekki áhrif í þýði heldur aðeins hvort hallastuðull hennar er marktækur í úrtakinu. Því er engin vélræn leið til að ákvarða hvort frumbreyta eigi eða eigi ekki að vera í aðfallslíkani.

Við getum skoðað hvað gerist ef Fjarvist væri fjarlægt úr líkaninu. Forspárhæfni líkansins lækkar um fjögur prósentustig sem samsvarar sérhæfni skýringu fyrir Fjarvist. Hallastuðull MenntStig hækkar um 17% til að vinna upp á móti brotthvarfi Fjarvistar. Ef við skoðum leifina (ekki sýnt hér), kemur í ljós að Húsaskóli er með svipað frávik og áður. Líkanið er marktækt í heild sinni,  $F(1, 18) = 46,3, p < 0,001$ .

Við getum líka athugað hvað gerist ef Fjarvist er eitt í líkaninu. Þá er líkanið marktækt í heild sinni,  $F(1, 18) = 11,0, p < 0,01$ , og hallastuðull fyrir Fjarvist rúmlega tvöfalt hærri en í fyrsta líkaninu. Skýrð dreifing hefur minnkað um helming frá fyrsta líkani sem gefur til kynna að MenntStig skýri um 38% umfram Fjarvist.

Bersýnilega stendur valið milli fyrsta og annars líkansins. Fjarvist hefur áhrif á hallastuðul MenntStig og því væri hann rangur ef svo vill til að Fjarvist hafi áhrif í þýði. Á hinn bóginn er líkan með MenntStig einu mun einfaldara en hitt, það munar ekki miklu í forspárgildi og mat á áhrifum MenntStig (hallastuðullinn) er aðeins lítilleg hærri en þegar Fjarvist bætist við í líkanið. Hér er því úr vöndu að ráða.

Ef Fjarvist væri mikilvæg fræðilega eða ef það væri lykilspurning hve mikið MenntStig skýrir umfram óheimilar fjarvistir, væri það ljóst að halda þyrfti Fjarvist inni í líkaninu. Ef tilgangurinn er einungis forspá, myndum við sennilega einnig vilja hafa breytunni inni þar sem hún bætir forspána lítillega. Eins og málið snýr við okkur í raun, þá er óvíst fyrir hvað Fjarvist stendur. Ef við gerum ráð fyrir að hún standi fyrir einhvern óskilgreindan eiginleika grunnskóla, viljum við leiðrétta áhrif menntunarstigs fyrir slíka eiginleika og halda Fjarvist inni í líkaninu.

Ef við hefðum mælikvarða á einhvern ápreifanlegan eiginleika, t.d. skólastærð, myndum við vilja vita hvaða áhrif menntunarstig hefði umfram þann eiginleika. Slíkri breytu myndum við því halda inni í líkaninu svo fremi að hún hafi áhrif á hallastuðla hinna breytanna.

Við veljum því líkan sem spáir fyrir um meðaleinkunn skóla út frá menntunarstigi skólahverfis og fjölda óheimilla fjarvistar. Líkanið gefur það nákvæma forspá um meðaleinkunn einstakra skóla að aðeins um fjórðungur af dreifingu meðaleinkunna er óskýrður. Menntunarstig hefur mikil áhrif og hækkar meðaleinkunn um tæplega 1,5 fyrir hvert einingu í menntunarstig skólahverfis. Fjarvistir hafa lítil áhrif og skilar hvert prósentustig í óheimilum fjarvistum sér sem  $-0,17$  lækkun á meðaleinkunn skóla.

Þótt líkanið veiti góða forspá í heildina litið, virðist það alls ekki eiga við um einn af grunnskólum borgarinnar. Það getur bent til þess að mikilvæga breytu vanti í líkanið. Þátt forspárgildi líkansins sé gott eru orsakatengslin óljós og því rétt að líta á líkanið sem lýsandi fyrir tengsl þessara breyta. Því má líta svo á að það segi fyrir um breytingar á meðaleinkunn skóla þegar farið er frá einu skólahverfi til annars í höfuðborginni. Það er hins vegar óvíst hvort breytingar á menntunarstigi einhvers eins tiltekins skólahverfis skili sér í meðaleinkunn skólans með þeim hætti sem líkanið segir fyrir um.

<sup>5</sup> Auðvitað er það vandamál sem lesandi þarf að líta fram hjá í þessari röksemdafærslu að við erum að vinna með alla grunnskóla í Reykjavík og því er þetta ekki úrtak úr stærra þýði. Að sama skapi væri hugsanlegt að halda því fram að marktæktarpróf væru ekki við hæfi því við vissum nú þegar hverjar þýðistölurnar (*parameters*) eru. Fram hjá þessu þarf að horfa í bili svo hægt sé að skýra ákveðin lyklatríði.

Breyta	Hallatala	SE	p
Fasti	1,23	0,61	0,059
MenntStig	1,68	0,25	0,000

$R^2 = 0,72$   $SE_{Est} = 0,30$

Breyta	Hallatala	SE	p
Fasti	5,96	0,20	0,000
Fjarvist	-0,44	0,13	0,004

$R^2 = 0,38$   $SE_{Est} = 0,44$