

Aðferðafræði II 10.05.03

Spurt og svarað

Hér finnur þú svör við fyrirspurnum í fyrsta þriðjungi námskeiðsins sem nemendur hafa sent inn á árunum 1998–2002.

I. Fylgni og tengslastuðlar

Táknun í Agresti

Ég á í erfiðleikum með að tengja hugtök við tákn í námskeiðinu sérstaklega vegna þess að stundum eru notuð önnur hugtök og stundum önnur tákn en í Aðferðafræði I. Er t.d. staðalfrávik táknað sem σ með sveig út hægra megin að ofan? Einnig skil ég ekki þegar ég sé R^2 í Agresti; ég hef aðeins séð litla r^2 hingað til.

Staðalfrávik er ýmist táknað með rómverska stafnum s eða gríska stafnum σ (sigma). Ástæðan fyrir þessu ósamræmi hefur að gera með það hvort staðalfrávik-ið er reiknað í úrtaki (*sample*) eða þýði (*population*) og verður útskýrt síðar í námskeiðinu.

R^2 er sambærilegt við r^2 en er oftast notað þegar notaðar eru fleiri en ein frumbreyta til að spá fyrir um fylgibreytu. Það verður viðfangsefni í Aðferðafræði III.

Ástæðan fyrir því að þú rekur þig á þessi tákn er að við lesum hluta úr köflum í Agresti sem gera ráð fyrir að þessi þekking sé fyrir hendi. Við þurfum greinilega að skoða þennan hluta lesefnisins nánar til að meta hversu mikinn vanda þetta skapar. Fljótt á litið ætti þetta þó ekki að koma að sök, þ.e. eftir að þú bent á þetta og komið því þannig á framfæri við kennara og samnemendur.

11.02.2000 GBA

Tengsl, áhrif og fylgni

Ég er ekki alveg með á hreinu nokkur algeng lykilhugtök í aðferðafræði, þ.e. tengsl, áhrif og fylgni, hver er munurinn á þessum hugtökum?

Eru áhrif ekki hvernig gildi frumbreytunnar hefur á gildi fylgibreytunnar, t.d. það að aukin menntun hefur áhrif á aukinn bóklestur?

Þetta sýnist mér rétt eins og þú orðar það. Áhrif þýðir að breyting á frumbreytu (orsakabreytu?) skilar sér sem ákveðin breyting á fylgibreytu.

Tengsl þýðir að breyturnar tvær tengjast á einhvern hátt, þ.e. breytast í takt. Tengsl má meta á ýmsa vegu, m.a. með því að kanna áhrif frumbreytu á fylgibreytu. Einnig má kanna skýrða dreifingu og marktækt. Hvernig þú kýst að meta tengslin fer eftir því hvaða upplýsinga þú leitar í hvert og eitt skipti. Þú gætir jafnvel reynt að fá allar þrjár tegundir upplýsinga.

Hugtakið fylgni er notað á ýmsan hátt. Oft er það notað lauslega yfir það sem ég kalla tengsl. Ég reyni þó að tala aðeins um fylgni þegar um er að ræða einhvern af fylgnistuðlunum, þ.e. mælitölur sem á einhvern hátt byggja á Pearson r . Þetta eru Pearson r , Spearman raðfylgni og τ , svo ég nefni þær helstu.

Fylgni metur áhrif en miðar við staðlaðar breytur. Þetta er ólíkt t.d. hallatölu í aðfallsgreiningu sem gefur upp óstöðluð áhrif. Fylgnitalan 0,7 þýðir að ef frumbreytan hækkar um eitt staðalfrávik mun fylgibreytan að jafnaði hækka um 0,7 staðalfrávik. Til samanburðar þýðir hallatalan 0,7 að ef frumbreytan hækkar um eina *einingu*, þá muni fylgibreytan að jafnaði hækka um 0,7 *einingar*.

29.04.2000 GBA

Þegar spurt er t.d. „túlkaðu efnislega tengsl breytanna“ eða „reiknaðu viðeigandi mælitölu fyrir tengsl ævilengdar karla og kvenna,“ hvað er þá verið að biðja um?

Þessu með efnislegu túlkunina er svarað í Spurt og svarað: Hvað er efnisleg og tölfræðileg túlkun? Það er velkomin að bæta þar um ef þú segir mér nánar hvað vefst fyrir þér?

Þegar beðið er um viðeigandi mælitölu fyrir tengsl breyta er verið að biðja þig um að reikna τ_c , τ_b , Pearsons r , eta, o.s.frv. allt eftir því hvað við á hverju sinni. Þetta og margt fleira eru mælitölur á tengsl breyta, sbr. merkingu orðsins eins og hún er skýrð hér fyrir ofan.

29.04.2000 GBA

Hvort mælir Pearson r áhrif eða styrk tengsla?

Í Agresti á miðri bls. 320 er það skáletrað að Pearson fylgnistuðull sé mælikvarði á „strength of the linear association“ milli X og Y , þ.e. mæli styrk línulegra tengsla milli X og Y . Í Stoðkveri segir hins vegar í svari við spurningu 35 að r sé mælitölu sem meti áhrif en r^2 sé mælitölu sem meti styrk tengsla.

Kannski er þetta smáatriði en það veldur mér samt smá ruglingi. Geturðu útskýrt þetta aðeins?

Þetta er ekki smáatriði en fremur tæknilegt. Réttara er að segja að Pearson r meti áhrif þar sem hún gefur upp halla aðfallslínu miðað við að bæði frum- og fylgibreyta séu staðlaðar (breytt í z-tölur).

Agresti fjallar nánar um efnið á bls. 318 og 319 þar sem hann útskýrir hvers vegna hallatala (aðfallstuðull; *regression coefficient*) gefur ekki til kynna styrk tengsla með því að benda á að hún sé háð mælikvarða breytanna.

Eins og þú hefur séð kýs ég þó aðra nálgun að efninu. Pearson r er dæmi um mælitölu sem metur *stöðluð* áhrif. Það er tiltölulega auðvelt að túlka niðurstöðu

hennar á þann hátt auk þess sem það vekur skilning á því að r er hliðstæð hallatölu aðfallsgreiningar.

Það sem síðan flækir málið lítillega er að stöðluðum áhrifum má undantekningarlaust breyta í styrk tengsla. Þegar Pearson r á í hlut gerist það með þeirri einföldu aðgerð setja mælitöluna í annað veldi. Pearson r^2 er því mælikvarði á styrk tengsla með því að gefa upp hlutfall skýrðrar dreifingar.

Stutta svarið við fyrirspurninni er því að mælitölu Pearson r tengist bæði áhrifum og styrk tengsla. Eðlilegast og skýrast er að líta á hana sem mælikvarða á stöðluð áhrif en hún tengist einnig á mjög einfaldan hátt styrkleika tengslanna.

2002-02-15b GBA

Hvernig er lesið úr aðfallsjöfnunni?

Hvernig lest þú út úr aðhvarfsjöfnunni: Þyngd = $-14,9 + 0,31 \cdot \text{hæð}$. Þyngd er sama sem hvað?

Hvað stendur $\hat{Y} = a + b \cdot X$ fyrir? Hvað er a ? Er það skurðpunktur við Y -ás? Ef svo er hvað þýðir $-14,9$?

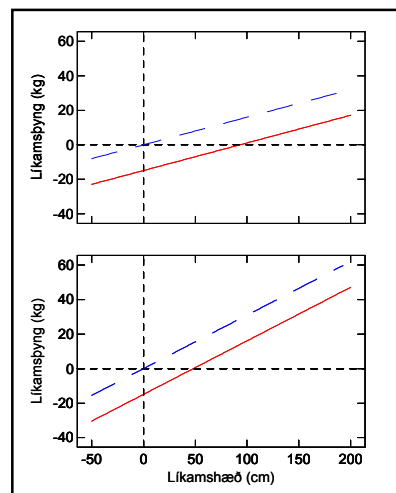
Hvernig getur þyngd verið neikvæð; þýðir það kannski að skurðpunkturinn sé fyrir neðan lárétta línuna? Er $+0,31$ ekki hallatalan? Sýnir hún hversu mikið besta lína hallar þannig að $0,16$ væri láréttari lína en $0,31$?

Í jöfnunni stendur þyngd fyrir spágildi þyngdar; því væri réttast að skrifa það með „hatti“ svipað og \hat{Y} , svona: $\widehat{\text{þyngd}}$. Fastinn a stendur fyrir skurðpunktinn við Y -ás, þ.e. spágildi þyngdar þegar líkamshæð er $0,0$ cm. Í jöfnunni sem þú nefnir er þessi skurðpunktur $-14,9$ kg sem að sjálfsgöð er fráleit niðurstaða; jafnan hlýtur að vera röng a.m.k. fyrir þetta litla líkamshæð. Eftir sem áður getur hún gefið ágæta mynd af tengslum hæðar og þyngdar fyrir einstaklinga á því hæðarbili sem notað var við ákvörðun jöfnunnar.

Enginn er 0 cm á hæð og enginn er með neikvæða líkamshæð og því kemur ekki að sök þótt jafnan gefi fráleitt spágildi fyrir þá líkamshæð. Meginatriðið er að spágildin séu rétt fyrir þá einstaklinga sem ætlunin er að nota jöfnuna fyrir. Við sáum á glæru 8 í Mælitölum á tengsl breyta að jafnan virðist eiga við um börn á hæðarbilinu $90 - 110$ cm en lýsir t.d. ekki vel tengslum þyngdar og hæðar hjá fullorðnum.

Á myndunum hér til hliðar sjást áhrif mismunandi fasta. Óbrotna línan miðast við að fastinn sé $-14,9$ en brotna línan miðast við að fastinn sé $0,0$. Brotna línan er samsíða og fyrir ofan óbrotnu línuna þar sem báðar línurnar hafa sömu hallatölu en ólíka fasta.

Stuðullinn b stendur fyrir hallatölu línunnar og er nefndur hallatala (*slope coefficient*) eða aðfallsstuðull (*regression coefficient*). Hann segir til um hversu mikil breyting verður að jafnaði á fylgibreytunni þegar frumbreytan hækkar eða lækkar um eina einingu.



Hallatalan 0,31 táknar því að líkamsþyngd breytist að jafnaði um 310 grömm fyrir hverja eins sentímetra breytingu á líkamshæð.

Neðri myndin sýnir aðfallslínur þar sem hallatalan er 0,31. Til samanburðar sýnir efri myndin línur með hallatölunni 0,16. Þannig sést að hallatalan 0,16 gefur aðfallslínu sem er láréttari en aðfallslína með hallatöluna 0,31.

11.02.2000 GBA

Hvað er samhverf mælitala?

Getur þú skilgreint samhverfar og ósamhverfar mælitölur?

Mælitala er samhverf ef sama niðurstaða fæst ætíð óháð því hvor breytan af tveimur er notuð sem fylgibreyta.

2002-02-15a GBA

Skýrð dreifing

Skýrð dreifni eins og í f_i , Spearman, et_u og Pearson r er að segja að við getum skýrt t.d. 40% af dreifingu fylgibreytu með því að hafa upplýsingar um frumbreytu, ekki rétt?

Ef það er svo, er þetta þá ekki alveg eins að segja mér að ég geti bætt spánna um 40% á fylgibreytu með því að vita frumbreytuna?

Þetta er rétt í sjálfu sér en fyrri staðhæfingin er meira lýsandi en sú seinni.

Ef ég spái fyrir um fylgibreytuna á grunni frumbreytunnar, þá fæ ég eitt spágildi fyrir hvert gildi frumbreytunnar. Án upplýsinga um frumbreytuna væri meðaltal fylgibreytunnar besta spáin í öllum tilfellum. Ég er því með tvær spár, önnur miðað við að ég þekki frumbreytuna og hin miðað við að ég hafi engar upplýsingar um hana.

Gæði spárinnar fer eftir óvissunni. Mælikvarði á óvissuna er það hversu mikill munur er á spágildunum og raungildum fylgibreytunnar; þessi frávik eru nefnd leif (residual).

Ef ég þekki ekki frumbreytuna, finn ég leifina með því að draga meðaltalið frá raungildum fylgibreytunnar. Óvissan er þá dreifitala þessarar leifar; í þessu tilfalli samsvarar hún nákvæmlega dreifitölu fylgibreytunnar.

Ef ég þekki frumbreytuna fæ ég spágildi (t.d. með aðfallsgreiningu) fyrir hvert raungildi. Ég fæ frávikin (leifina) með því að draga viðkomandi spágildi frá raungildinu. Óvissuna met ég síðan með því að reikna dreifitölu þessarar leifar.

Ef frumbreytan skýrir 40% af dreifingu fylgibreytunnar, þá mun leifin hafa 40% lægri dreifitölu þegar frumbreytan er þekkt heldur en þegar frumbreytan er óþekkt. Í þessum skilningi batnar spáin um 40%.

23.04.99 GBA

Pearson r og skýrð dreifing

Mig langar til að fá nánari útlistun á. Það sem angrar mig er að hafa ekki á hreinu þann mun sem felst í því að beita ólíkum aðferðum við að reikna Pearson r .

Í Aðferðafræði I lærði ég að nota aðhvarfsgreiningu þ.e. reikna „Coefficient of determination“ og fá þannig skýrða dreifni á sambandi X og Y breyta sem væri það sama og Pearson r í öðru veldi (r^2). Með því síðan að taka kvaðratrót af þeirri tölu (þ.e. kvaðratrótina af r^2) sé ég hversu sterkt sambandið er milli X og Y breytanna.

Hver er munurinn á því að fara þessa löngu leið og því að reikna Pearson r beint með formúlu út frá hrátölum? Hvaða skýrðu dreifni fæ ég ef ég set formúluna í annað veldi?

Í Aðferðafræði I voru sýndar tvær leiðir til að reikna Pearson r . Annars vegar er hægt að reikna $s^2_{Y.X}$ (dreifitölur [eða dreifni] leifar þegar Y er spáð á grundvelli X) og s^2_Y (dreifitölu Y). Hins vegar er hægt að setja X , Y og meðaltöl þeirra beint inn í sérstaka formúlu fyrir Pearson r . Þetta er nákvæmlega sami hluturinn, niðurstaðan og túlkunin er sú sama. Þetta eru einfaldlega mislangar leiðir að sama marki.

Langa leiðin hjálpar okkur að skilja til fulls hvað felst í fylgnistuðlinum. Ef við reiknum $s^2_{Y.X}$ erum við að meta óskýrða breytileikann (dreifinguna), þ.e. þá dreifni sem ekki verður skýrð með X . Heildarbreytileikinn er metinn með s^2_Y , þ.e. dreifni (eða dreifitölu) fylgibreytunnar Y .

Ég get metið skýrðu dreifinguna sem hlutfall af heildardreifingunni. Þá met ég fyrst hversu hátt hlutfall óskýrða dreifingin er af dreifitölu Y , það hlutfall ($s^2_{Y.X} / s^2_Y$) en það hlutfall er kallað „coefficient of alienation“ á ensku. Þegar ég veit hlutfall óskýrðu dreifingarinnar get ég reiknað hlutfall skýrðu dreifingarinnar því þessi tvö hlutföll hljóta að leggjast saman í hundrað prósent (þ.e. 1,0 því við notum hlutfallstölur í stað prósentna hér). Hlutfall skýrðrar dreifingar er því $1 - s^2_{Y.X} / s^2_Y$ en það er alltaf nákvæmlega sama talan og Pearson r^2 .

Það er því nákvæmlega í þessum skilningi sem við getum túlkað r^2 sem hlutfall skýrðrar dreifingar. Ef t.d. r^2 er jafnt og 0,40 táknar það að við getum skýrt 40% af dreifingu fylgibreytunnar (Y) með því að hafa upplýsingar um frumbreytuna (X). Hvort við fáum þá niðurstöðu með „stuttu leiðinni“ eða „löngu leiðinni“ kemur að sama stað niður.

30.01.99 GBA

Það ruglar mig í þessu öllu að stundum er talað um dreifingu eða breytileika sem dreifni (dreifitölu) og stundum er talað um summu kvaðrata. Þannig er oftast talað um dreifni (dreifitölu) í tengslum við Pearson r en kvaðratsummu í tengslum við η (eta) stuðul.

Dreifitala tengist kvaðratsummu mjög náið og báðar eru þær að meta sama breytileikann. Ef þú skoðar formúlurnar í kennslubókunum eða í Stoðkverinu þá sérðu hvernig þetta tvennt tengist. Þannig er kvaðratsumma leifar í aðfallsgreiningu $\sum (Y - \bar{Y})^2$. Hér tákna ég spágildi fylgibreytunnar með \bar{Y} . Ef við berum þetta saman við formúluna fyrir dreifitölu (dreifni) leifar ($s^2_{Y.X}$), sjáum við að þar er deilt með N (fjöldi einstaklinga) í kvaðratsummuna en að öðru leyti eru formúlurnar eins. Það að kvaðratsummurnar eru N sinnum stærri en dreifitölurnar

breytir auðvitað ekki hlutföllunum þar sem N stýttist út ef notaðar eru dreifitölur í stað kvaðratsumma.

Ástæðan fyrir því að oft er notuð kvaðratsumma í stað dreifitalna er sú að kvaðratsummur eru alltaf þær sömu en dreifitölur geta verið breytilegar eftir því hvaða N er notað. Þetta er til dæmis mikilvægt í dreifigreiningu (*analysis of variance*). Þú lærir um hana í Aðferðafræði III en hún byggir á sömu hugsun og η (eta). Í dreifigreiningu má skilgreina margs konar dreifitölur eftir því hvaða N er byggt á en kvaðratsummurnar eru alltaf þær sömu.

30.01.99 GBA

Skýrð dreifing, jaðar- og skilyrt dreifing

Hvernig tengjast skilyrt dreifing og jaðardreifing skýrðri dreifingu?

Fjallað er um þetta efni í fyrirlestrinum **Mælitölur á tengsl breyta**, glærunum **Hlutfallsleg skýring** og **Jaðar og skilyrt dreifing**. Einnig ræðir Agresti þetta almennt í kafla 8.7 en í tengslum við Pearson r á bls. 323–324.

Almennt séð er skýrð dreifing mælikvarði á það hve skilyrta dreifingin er hlutfallslega miklu minni en jaðardreifingin. Þetta skýrist ef við skoðum myndirnar á glærunni **Jaðar- og skilyrt dreifing**. Jaðardreifingin gefur til kynna frávikin þegar meðaltal fylgibreytunnar er notað sem spátala fyrir alla einstaklingana. Þetta samsvarar því sem Agresti kallar að nota reglu 1 til að spá fyrir um fylgibreytuna. Skilyrta dreifingin er villan ef notuð er regla 2, þ.e. upplýsingar um frumbreytuna eru notaðar til að búa til sérstakt spágildi fyrir hvern einstakling. Bersýnilega verður slík spá námkvæmari og því minni frávik heldur en ef sama spátalan er notuð fyrir alla.

Ólíkar aðferðir má nota til að ákvarða spátölur á grundvelli frumbreytu. Pearson r miðast við að notuð sé bein lína milli tveggja meginlegra breyta. Skilyrta dreifingin er þá frávikin frá þessum spátölum, þ.e. frávikin frá beinu línunni. Mikil skilyrt dreifing þýðir að mikil óvissa sé um spátölnurnar en lítil skilyrt dreifing að lítil óvissa sé um spátölnurnar, þ.e. þær víki lítið frá mæligildunum sjálfum og séu því góð spá um raunveruleg gildi fylgibreytunnar.

Einn mælikvarði á það hversu vel hefur tekist til við að spá fyrir um fylgibreytuna er skýrð dreifing. Skýrða dreifing felst í því hvað óvissan hefur minnkað hlutfallslega mikið við það að spá á grundvelli frumbreytunnar í stað þess að nota sömu spátölna fyrir alla.

Nánar er fjallað um þetta undir hugtakinu styrkleiki tengsla í **Túlkun á mælitölum** undir fyrsta þriðjungi á vefsíðum námskeiðsins. Þar er einnig lítillega komið inn á hvernig óvissan er metin á ólíkan hátt, þ.e. ólíkar reglur notaðar við spána, eftir því hvaða mælitala á í hlut.

2002-05-02a GBA

Skilyrt dreifing og dreifni leifar

Ég átta mig ekki á því hvernig þú tákna skilyrta dreifingu, þ.e. $s^2_{y|x}$. Ég held að í Aðferðafræði I höfum við tala um dreifni leifar.

Leif (*residual*) í aðfallsgreiningu (*regression*) er dæmi um skilyrta dreifingu. Í aðfallsgreiningu drögum við beina spálínu sem gefur okkur upp besta spágildi (*estimate*) fyrir fylgibreytuna fyrir hvert og eitt gildi frumbreytunnar. Það má því líta á aðfallslínuna sem röð óendanlegra marga spágilda.

Fyrir hvert gildi frumbreytunnar fáum við því eitt spágildi. Raungildi (*observed value*) fylgibreytunnar er í flestum tilfellum annað en spágildið; í flestum tilfellum falla punktarnir ekki nákvæmlega á línuna. Dreifing raungildanna (dreifing fylgibreytunnar) í kringum spágildið er skilyrta dreifing (*conditional distribution*) fylgibreytunnar miðað við tiltekið gildi frumbreytunnar. Spágildið er því eins konar meðaltal fyrir viðkomandi gildi frumbreytunnar og leifin er skilyrta dreifingin miðað við þetta sama gildi.

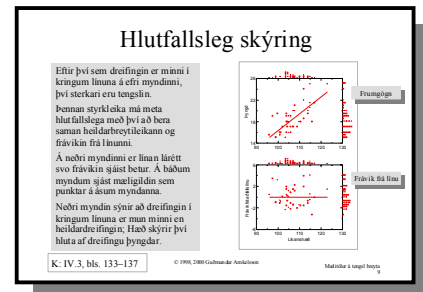
Við getum einnig talað almennt um dreifinguna í kringum beinu línuna sem skilyrta dreifinguna, þ.e. dreifingu fylgibreytunnar í kringum þessa röð spágilda sem beina línun skilgreinir.

11.02.2000 GBA

Hlutfallsleg skýring

Hvað býr að baki aðgerðinni í seinni myndinni á glæru 9 í fyrirlestrinum Mælitölur á tengsl breyta; glæran er með titilinn „Hlutfallsleg skýring?“

Efri myndin sýnir dreifingu þyngdar í kringum meðaltal, er það ekki? En á neðri myndinni, reiknar þú beinu línuna, ákvarðar hana eða hvað býr að baki aðgerðinni? Og hvað þýðir aðallína þ.e. frávik frá aðallínu (er það út frá bestu línu?).



Efri myndreiturnar á glærunni sýnir tengsl hæðar og þyngdar hjá forskólabörnum. Inn á myndina er dregin bein aðfallslína (*regression line*). Myndin sýnir því dreifingu þyngdar í kringum aðfallslínuna, ekki í kringum meðaltalið. Í jaðri myndreitsins er hins vegar sýnd jaðardreifing (*marginal distribution*) líkamsþyngdar. Jaðardreifingin, þ.e. heildardreifingin, hefur bæði meðaltal og staðalfrávik og eðlilegt að tala um að sú dreifing sé í kringum meðaltalið.

Neðri myndreiturnar sýnir frávik punktanna í efri myndreitnum frá aðfallslínunni. Aðfallslínan er spálína, fyrir hvert hæðargildi gefur línan upp samsvarandi spágildi fyrir líkamsþyngd. Við getum reiknað hversu mikið hver og einn punktur vísar frá samsvarandi spágildi; það er það sem neðri myndin sýnir.

11.02.2000 GBA

Hlutfylgni og skýrð dreifing

Það stendur í Agresti að hlutfylgni í öðru veldi megi túlka sem hlutfallslega minnkun á villu (*proportional reduction in error*; PRE). Er þá hægt að túlka hlutfylgni í öðru veldi eins og gamma, tá og lamda og segja að vitneskja um X fækki villum í forspá um Y um svo og svo mörg prósent? Mér finnst það frekar skrytið og finnst endilega að það eigi að vera eins með hlutfylgni og t.d Pearson að stuðullinn í öðru gefi skýrða dreifingu.

Þetta er rétt hugsað hjá þér, þ.e. hlutfylgni túlkar þú í aðalatriðum eins og Pearson r . Það sem þú áttar þig ekki á er að allar þessar mælitölur má túlka sem mælingu á hlutfallslegri minnkun villu (*proportional reduction in error*; PRE). Villan er hins vegar metin á ólíka vegu eftir því hvaða mælitala á í hlut. Pearson r metur dreifingu mæligilda í kringum beinu línuna, tá metur hlutfall mistaka í forspá þegar mæligildin eru skoðuð par fyrir par og lambda metur hlutfall mistaka þegar flokkurinn með hæstu tíðnina er notaður sem spágildi. Í öllum tilvikum er verið að meta hvernig villan minnkar—metin á þessa ólíku vegu—við það að fá upplýsingar um frumbreytuna.

2001-02-15b GBA

Hlutfylgni og bæling

Varðandi orsakalíkonin sem þú sýndir okkur í síðasta tíma hef ég verið að velta því fyrir mér hvort eftirfarandi dæmi falli undir bælingu:

Við höfum þrenn tengsl:

r_{zx} : aukin íþróttaiðkun=>betri heilsa

r_{zy} : aukin íþróttaiðkun=>fleiri slys

Z hefur „jákvæð“ áhrif á bæði X og Y , en Y hefur neikvæð áhrif á X og minnkar þannig góð áhrif íþróttar á heilsu þ.e. fleiri slys => verri heilsa.

Þetta myndi ekki vera sett upp nákvæmlega eins og þú settir það upp á glærurni, en ég átti erfitt með að skilja dæmið sem þú tókst og erfitt með að finna þesskonar dæmi um bælingu. Flokkast mitt dæmi undir bælingu?

Já mér sýnist þetta vera ágætt dæmi um bælingu.

Það auðveldar svarið ef við notum staðlaða aðferð til að tákna breytur, þ.e. notum Z fyrir utanaðkomandi áhrifabreytu og X og Y fyrir breytur sem við höfum aðaláhuga á. Þá lítur þetta svona út:

X : Íþróttaiðkun

Y : Heilsa

Z : Slysatiðni

Gefum okkur einnig að tengslin séu eins og þú segir:

Tengsl Íþróttaiðkunar og Heilsu eru jákvæð, t.d. $r_{XY} = 0,4$.

Tengsl Íþróttaiðkunar og Slysatiðni eru jákvæð, t.d. $r_{XZ} = 0,4$.

Tengsl Slysatiðni og Heilsu eru neikvæð, t.d. $r_{ZY} = -0,4$.

Við getum síðan sett þessar tölur inn í formúluna fyrir hlutfylgni og fengið eftirfarandi niðurstöðu: $r_{XYZ} = 0,67$. Þannig er greinilegt að einföld fylgni (grunnfylgni) Íþróttaiðkunar og Heilsu vanmetur hin raunverulegu tengsl breytanna vegna bæliáhrifa frá Slysatiðni. Þetta mætti einnig orða þannig að áhrif (*effect*) Íþróttaiðkunar á Heilsu séu meiri en fylgni breytanna gefur til kynna sökum bæliáhrifa frá Slysatiðni.

22.01.99 GBA

Hlutfylgni: Hver er tilgangurinn?

Ég skil eiginlega ekki pælinguna bak við hlutfylgni. Í Stoðkverinu eru hlutfylgnidæmi þar sem við fáum uppgefið r_{xy} , r_{xz} og r_{yz} , og ég get reiknað það. Gallinn er að ég bara veit ekki hvað ég er að gera við þetta. Hvaða tilgang hefur þetta í fræðunum?

Hlutfylgni (*partial correlation*) gengur út á að skoða hvort þriðja breyta, Z , valdi því að fylgni tveggja breyta, X og Y gefi ranga mynd af tengslum breytanna (áhrifum X á Y). Til að skoða slíkt þarftu að reikna sambönd allra þriggja breyta innbyrðis, með öðrum orðum: Fylgni milli frumbreytu og fylgibreytu (r_{XY}), fylgni milli frumbreytu og þriðju breytu (r_{XZ}), og fylgni milli fylgibreytu og þriðju breytu (r_{YZ}). ÞETTA ERU STUÐLARNIR SEM ÞÚ FÆRÐ GEFNA UPP.

Dæmi: Þú ert að rannsaka tengsl orkudrykkjaneyslu (sem þú kallar X) íþróttamanna og árangurs á mótum (Y). Þú færð nokkuð sterka fylgni, $r_{XY} = +0,40$, sem gefur til kynna að meiri neysla orkudrykkja tengist betri árangri. Þig grunar að maður sé í mysunni og þú kannar hvort ástundun í klst. (sem þú kallar Z) gefi betri mynd af tengslunum. Segjum að fylgni orkudrykkjaneyslu og ástundunar sé $r_{XZ} = 0,50$ og fylgni sé $r_{YZ} = 0,70$ milli árangurs og ástundunar.

Þú setur allt draslið inn í formúluna og hlutfylgnin reynist $r_{XYZ} = 0,08$.

Fylgnin minnkaði mjög mikið þegar áhrifum ástundunar var stjórnað og er nú nánast ekkert. Í þessu tilfalli leiddi hlutfylgnin í ljós sýndarsamband milli orkudrykkjaneyslu og árangurs. Það að drekka orkudrykki hefur lítil sem engin áhrif (*effect*) á árangur á mótum en vegna áhrifa ástundunar (hversu löngum tíma er eytt í þjálfun) á bæði árangur og neyslu orkudrykkja verður fylgni milli neyslu orkudrykkja og árangurs. Þar sem sú fylgni endurspeglar ekki raunveruleg áhrif þess að neyta orkudrykkja er um sýndarsamband að ræða.

Ástundun í klukkustundum skila sér sem árangur á mótum en ekki neysla orkudrykkja!

Dæmið í tölum:

$r_{XY} = 0,40$ X : Neysla orkudrykkja

$r_{XZ} = 0,50$ Y : Árangur á mótum

$r_{YZ} = 0,70$ Z : Ástundun (klst. í þjálfun)

Niðurstaða: $r_{XYZ} = 0,08$

05.02.99 GTH
05.02.99 GBA

Frígráður: Hvað er innan sviga á eftir Pearson r ?

Hvaða tala þetta er sem þú ert alltaf með innan sviga á eftir Pearson r á glærunum? Dæmi: $r(4)=0,29$.

Þetta eru svonefndar frígráður (*degrees of freedom*). Þær eru yfirleitt gefnar upp með niðurstöðum. Fyrir Pearson r eru frígráðurnar tveimur færri en fjöldi einstaklinga (eða para), þ.e. $N - 2$.

Það má hugsa frígráður fyrir Pearson r þannig að ef einstaklingarnir (stökin, pörin) eru aðeins tveir þá hljóta þeir að falla á beinu aðfallslínuna og fylgnin að vera fullkominn ($r=1,0$ eða $r=-1,0$). Það er ekki fyrr en þriðji einstaklingurinn bætist við gagnasafnið sem einhver breytileiki getur orðið á fylgnistuðlinum, þ.e. þegar frígráðurnar ná því að verða 1. Pearson r hefur því ekkert „frelsi“ til að breytast fyrr en fjöldi einstaklinga (staka, para) er orðinn þrjú og frígráðurnar ($N - 2 = 3 - 2 = 1$) orðnar ein.

11.02.2000 GBA

Hvenær nota ég eta?

Hvernig er hægt að sjá út úr töflu hvort að það sé við hæfi að reikna eta (η) eða ekki?

Það er erfitt og kannski ómögulegt að skilgreina á fullnægjandi hátt hvenær nota eigi eina mælitala í stað annarra. Besta leiðin er að skoða töflur og önnur talnaleg gögn, draga ályktanir um bestu eða réttustu mælitöluna og bera niðurstöðuna undir aðra (t.d. samnemanda eða aðstoðarkennara). Raunveruleg færni felst í því að öðlast leikni í að umgangast gögn og skilning á eðli þeirra.

Meðan þú ert að öðlast þessa færni geturðu notað eftirfarandi viðmið. Eta miðast við að fylgibreytan sé magnbundin (*quantitative*) og samfelld (*continuous*) eða nær samfelld. Dæmi um þetta væri líkamshæð, laun, fjöldi réttra svara á prófi, niðurstaða sálfræðilegs prófs, viðbragðstími og fjölmargt annað.

Frumbreytan getur verið eigindleg (*qualitative*) eða megindegleg flokkabreyta (*categorical variable*). Mikilvægt er að átta sig á því að etastuðull horfir alveg framhjá þeim megindeglegum upplýsingum sem kunna að felast í frumbreytunni. Dæmi um frumbreytur eru kyn, námsgrein, skólastig (grunnskóli, framhaldsskóli, háskóli), hópur eða skeið í tilraun (*condition*) og fjölmargar viðlíka breytur.

Jafnvel þessi viðmið eru stundum brotin. Þegar þú nærð fullum skilningi á mælitölunni og eiginleika tölulegra gagna veistu hvenær þú brýtur þessi viðmið og gerir þér grein fyrir hvaða áhrif það hefur á túlkun niðurstaðna.

18.02.2000 GBA
10.01.2001 GBA

Etastuðull: Útreikningur

Ég skil ekki almennilega $\bar{Y}_k - \bar{Y}_{Heild}$ í jöfnunni um eta.

Skoðaðu glæruna „Útreikningur á eta“ (glæra númer 7 fyrir sveigfylgni ef ég man rétt).

$\bar{Y}_k - \bar{Y}_{Heild}$ er meðaltalið (samanber strikið fyrir ofan Y) úr hverjum hópi fyrir sig (k) mínus meðaltalið sem þú tókst af heildinni í byrjun. Ef þú lítur á glæruna „Útreikningar á eta“ muntu sjá þrjá hópa, 1, 2, og 3. Þú þarft að taka meðaltal gilda (Y) úr hverjum hópi. Það er hið sama fyrir allan hópinn, þangað til kemur að hópi 2 o.s.frv. Meðaltalið af heildinni er bara venjulegt meðaltal af öllum gildum (Y). Summan af dálkinum $\bar{Y}_k - \bar{Y}_{Heild}$ á að vera því sem næst 0. Tölurnar í dálkinum þarftu að setja, í öðru veldi, í næsta dálk. Summan af þeim dálki er summa kvaðrata millihópa. Þú deilir heildarkvaðratsummuni upp í millihópakvaðratsummuna (sjá glæsur) og þá færðu etu í öðru veldi.

08.02.99 GTH
22.02.99 GBA

Eta

Ég veit að helsti kostur etu er að hún metur sveiglinutensl og metur þar með útlaga vel. En hver er helsti ókostur etu og hvers vegna þarf ekki að reikna marktæktarpróf fyrir hana?

Eta metur ekki frávillinga og er almennt séð jafn ótraust gagnvart frávillingum og önnur tölfræðileg próf sem við höfum fjallað um.

Kostur etu er að hægt er að meta sveiglinutensl, ólíkt Pearson fylgnistuðli sem aðeins metur beinlinutensl. Við erum þá með tvær samfelldar breytur en breytum frumbreytunni í rofna breytu með því að skipta henni í flokka og reiknum meðaltal fyrir hvern flokk. Gallinn er hins vegar sá að tengslin fara mikið til eftir því hvernig tekst til við að skipta samfelldu frumbreytunni í flokka. Ef meðaltölin lýsa tengslunum vel, gefur eta rétta mynd af styrk tengslanna annars ekki. Það er einnig veikleiki að með auknum fjölda flokka eykst eta og verður 1,0 ef flokkarnir verða jafnmargir og gildi fylgibreytunnar. Því er eta gagnleg en vandmeðfarin til mats á styrk sveiglinutengsla.

Ef frumbreytan er rofin í upphafi (þ.e. ekki samfelld breyta sem við flokkum niður) og fylgibreytan samfelld, er ekki um nein sérstaka galla að ræða í sambandi við etu. Kosturinn er að við fáum upplýsingar um styrk tengslanna (með því að setja etu í annað veldi).

Ef frumbreytan er tvíkostabreyta (t.d. kyn) þá getum við notað t -próf. Ef prófið er *marktækt* getum við hafnað núlltilgátunni og ályktað að meðaltöl hópanna tveggja séu ólík í þýði. Við getum borið saman meðaltölin og fengið þannig *áhrif* (effect) frumbreytunnar, t.d. hefur það að vera karl u.þ.b. 10 cm áhrif á líkamshæð. Að síðustu get ég reikna eta, sett það í annað veldi og ákvarðað þannig styrk

tengslanna, þ.e. *skýrða dreifingu*. Þannig gæti ég t.d. ákvarðað hversu mikið hlutfall af dreifingu líkamshæðar hjá háskólanemum megj skýra með kynferði.

Ef frumbreytan er margkostabreyta, t.d. aðalgrein til BA prófs í félagsvísinda- deild, get ég reiknað eta, sett í annað veldi og fengið skýrða dreifingu. Marktekt fæ ég með því að reikna dreifigreiningu (ANOVA), en hún er kennt í Aðferðafræði III. Áhrifin met ég síðan með samanburði meðaltalna, t.d. hvaða áhrif það hefur á einkunnir að stunda nám í félagsfræði í stað stjórnmálafræði (þ.e. kröfur gætu verið ólíkar eftir greinum þannig að sami nemandi fengi ólíkar einkunnir eftir því hvaða nám hann stundar).

Í þessum skilningi má reikna marktekt etu. Strangt til tekið er eta þó aðeins lýs- andi mælitala á tengsl breyta og því aðeins tölfræðiprófin (t.d. *t* eða ANOVA) sem eru marktæk eða ómarktæk.

07.04.99 GBA

Eta og skýrð dreifing

Er „coefficient of determination“ (skýrð dreifing) það sama og Kohout kallar „explained varia- tion“? Ef svo er hvernig getur Eta, sem mér skilst að gefi skýrða dreifingu, verið hlutfallið af skýrðri dreifingu (explained variation) og heildardreifingu (K:201)? Eta er líka hlutfallið af milli- hópadreifingu og heildardreifingu. Er dreifing milli hópa þá skýrð dreifing (eða þýðir „explained variation“ einfaldlega e-ð allt annað en skýrð dreifing)?

Í aðalatriðum er þetta rétt eins og þú orðar það. Kohout talar um „coefficient of determination“ á bls. 136 og skýrir þar tengslin við skýrða dreifingu. Í öllum tilfellum erum við með skýrða dreifingu; athugaðu þó að þú þarft að setja eta í annað veldi til að túlka niðurstöðuna sem skýrða dreifingu.

Eta í öðru veldi gefur til kynna hve hlutfallslega mikið af heildardreifingunni er tilkomið vegna dreifingar meðaltalanna. Þetta er svonefnd millihópadreifing. Heildardreifingin er því summa millihópadreifingarinnar og innanhópadreifingar- innar. Heildardreifingin samsvarar jaðardreifingunni og innanhópadreifingin samsvarar samanlagðri skilyrtu dreifingunni. Skilyrta dreifingin felst í dreifingu mæligilda í kringum hópmeðaltölin; það sem er eftir af jaðardreifingunni hlýtur að vera tilkomið vegna þess hvar meðaltölin eru staðsett. Þetta geturðu séð myndrænt ef þú skoðar glærana Hlutfallsleg skýring frumbreytu í fyrirlestrinum Sveigfyllni.

Skýrð dreifing er metin á ólíka vegu eftir því hvaða takmarkanir við setjum á tengsl frum- og fylgibreytu. Í línulegri aðfallsgreiningu gerum við ráð fyrir bein- línutengslum, beina línán gefur spágildin og við reiknum skýrða dreifingu með því að setja Pearson *r* í annað veldi. Við erum því að meta hve hlutfallslega mikið beina línán skýrir af heildardreifingunni. Þegar við notum eta er engin bein lína heldur notum við meðaltal hvers hóps sem spágildi. Skýrð dreifing er þá sá hluti heildardreifingarinnar sem meðaltölin (þ.e. spágildin) ákvarða.

2001-02-16a GBA

Eru beinlínutengsl ekki einhalla?

Hver er munurinn á beinlínutengslum og einhallatengslum? Felur það að vera beinlínutengsl ekki í sér að vera einhalla? Ég skil ekki alveg muninn þarna á!

Jú, þetta er rétt hjá þér. Líta má á einhallatengsl sem yfirhugtak. Öll beinlínutengsl hljóta að vera einhallatengsl. Athugaðu þó að einhallatengsl eru ekki endilega beinlínutengsl.

Gættu þess þó að þegar við segjum að einhver tengsl séu einhallatengsl þá eigum við yfirleitt við að þau séu einhalla en ekki bein lína. Hér á það sama við og þegar við tölum um dýr. Menn tilheyra dýraríkinu en þegar við tölum um dýr eigum við jafnan við það að viðkomandi sé *ekki* maður. Yfirleitt notum við því hugtakið einhallatengsl yfir tengsl sem eru einhalla en ekki beinlínutengsl. Í öðrum tilvikum er hugsanlegt að nota það (réttilega) sem yfirhugtak sem tekur meðal annars yfir beinlínutengsl.

Nánari (en stuttaralega) umfjöllun um einhalla-, sveigboga- og beinlínutengsl er að finna í Orðgnótt.

2002-02-15d GBA

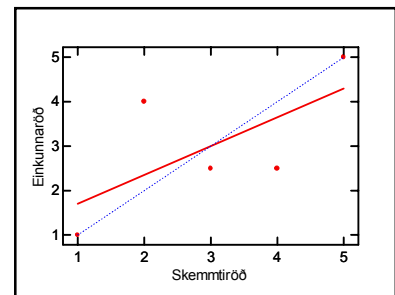
Aðfallsgreining og raðfylgni Spearman

Í tengslum við heimaverkefnið, nánar tiltekið gömlu prófspurninguna í Heimaverkefni I (vorið 2000), vaknar upp spurning hjá mér. Þar kemur í ljós að r_s er 0,675 og samkvæmt mínum útreikningum er aðhvarfsjafnan því $\hat{Y} = 0,975 + 0,675 \cdot X$. Ef reiknuð eru í framhaldi af því heildarfrávik, þ.e. $Y - \hat{Y}$ fyrir X -gildin 1, 2, 3, 4 og 5 kemur í ljós að samtals eru frávikin 4,65. En þegar sama reikniðgerð er framkvæmd fyrir línuna $Y=X$ í stað þess að nota spágildi Y (\hat{Y}) eru frávikin lægri eða 4,0.

Hvað veldur því að Spearman stuðullinn spáir hér mun verr heldur en lína sem gerir ráð fyrir fullkominni fylgni, eins og $Y=X$ gerir? Er stuðullinn svona götóttur eða er ég að reikna vitlaust á einhvern máta? Er mér ef til vill að sjást yfir einhvern kost sem það að reikna Spearman í þessu tilviki hefur umfram það að bera raungildin saman við 45° línu?

Að hluta til er svarið það að ég fæ alls ekki sömu niðurstöður og þú. Á myndinni hér til hliðar sérðu gögnin sem heimaverkefnið byggist á, beina aðfallslínu (*regression line*) (óbrotin lína) og lína sem byggist á að spáð er sömu einkunna- og skemmtiröð (punktalínan), þ.e. $Y=X$.

Aðfallslínan byggist á því að lágmarka summu fervika (*least squares*), þ.e. frávik mæligildanna frá beinu línunni í öðru veldi. Þessi frávik í öðru veldi eru kölluð fervik eða kvaðröt (*squares*). Aðfallsgreining (*regression*) tryggir að beina línan sé dregin þannig að summa fervika (kvaðratsumman; *sum of squares*) sé eins lítil og hægt sé.



Almennt gildir að hallastuðull (aðfallsstuðull; *regression coefficient*) sætistalna er jafn raðfylgnistuðli Spearmans. Þetta byggist á því að staðalfrávik frum- og fylgibreytu eru jöfn, samanber umræðu í fyrirlestri námskeiðsins ([Spearman raðfylgni](#)). Þetta er þó því aðeins rétt ef engin mæligildi eru jöfn í sæti; ef mæligildi eru jöfn í sæti, geta staðalfrávikin orðið ólík og raðfylgnistuðullinn hættir að vera jafn aðfallsstuðlinum. Þannig er því einmitt varið í okkar tilfelli; tvær námsgreinar, íslenska og stærðfræði, hafa jafnháar meðaleinkunnir. Hallastuðullinn er því ekki jafn raðfylgnistuðlinum.

Staðalfrávik er 1,41 fyrir skemmtiröð og 1,90 fyrir einkunnaröð. Þegar við reiknum raðfylgni fáum við niðurstöðuna $r_s = 0,675$; aðfallsgreining gefur hallastuðulinn 0,650. Hér munar afar litlu en einhverju þó.

Summa fervika fyrir beinu línuna (kvaðratsumma þar sem spálínan gefur viðeigandi meðaltöl) er 5,275. Til samanburðar gæfi 45° lína, spálína þar sem spágildi einkunnaraðar er jafnt og sætistala skemmtiraðar, kvaðratsummuna 6,5. Hér munar ekki miklu en þó er beina línan með lægri kvaðratsummu eins og vera ber.

Eins og þú sérð fæ ég ekki sömu talnalegu niðurstöður og þú sem skýrir ólíkar ályktanir. Ég reikna summu fervika (kvaðratsummu). Þú telur þig reikna summu frávikna; summa frávikna hlýtur að vera 0,0 og því hljóta niðurstöðurnar að byggjast á einhverri annarri reikningsaðgerð.

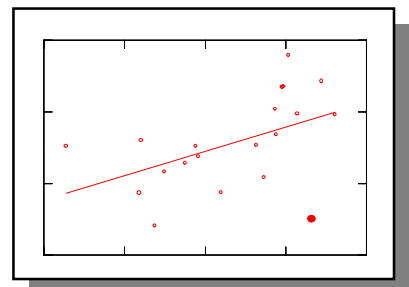
Varðandi 45° línuna vil ég taka fram að hún lýsir ekki fullkominni fylgni. Það eina sem í henni felst er að hallastuðullinn er 1,0, þ.e. áhrif frumbreytunnar á fylgibreytunnar eru 1,0. Það táknar ekki að Pearson r eða raðfylgni sé 1,0. Til þess að svo sé þurfa öll mæligildi fylgibreytunnar að falla á línuna; þótt línan sé í 45° geta punktarnir dreifst mikið í kringum hana.

18.02.2000 GBA

Frávillingar

Ég áttaði mig ekki alveg á hugtökunum einbreytufrávillingur og tvíbreytufrávillingur. Hvað er átt við með því? Er til einföld skilgreining?

Frávilling (*outlier; útlaga*) má skilgreina lauslega sem mæligildi sem er óvenjulegt í samanburði við önnur gildi. Einbreytufrávillingur (*univariate outlier*) er þá mæligildi sem er miklu hærra eða miklu lægra en önnur gildi. Slík gildi eru óvenjuleg í þeim skilningi að þau eru ólíkleg ef miðað er við dreifingu hinna mæligildanna og því sennilegt að þau séu tilkomin með einhverjum öðrum hætti en önnur mæligildi.



Tvíbreytufrávillingur (*bivariate outlier*) er mæligildi sem er óvenjulegt þegar skoðaðar eru tvær breytur í einu. Slíkt gildi getur t.d. verið tiltölulega hátt á annarri breytunni en lágt á hinni þó svo jákvæð tengsl séu milli breytanna og því líklegast að samræmi séu á milli staðsetningar á breytunum tveimur.

Tvívreytufrávilling má þekkja á því að hann er langt frá spálinunni, t.d. beinu línunni í aðfallsgreiningu (*regression*). Á myndinni hér til hliðar er tvívreytufrávillingur neðst til hægri. Taktu eftir að þetta mæligildi er ekki óvenjulegt þegar breyturnar eru skoðaðar hvor í sínu lagi. Hann fellur hins vegar langt frá aðfallslínunni og er því óvenjulegur þegar tekið er tillit til beggja breytu í einu.

11.02.2000 GBA

Can you explain univariate and bivariate outliers?

Can you explain for me univariate and bivariate outliers in English? I could not understand it from the books. The topic is addressed in many places in the textbook but I am unable to reach the level of understanding necessary to be able to explain it to myself (or others).

An abbreviated definition of an outlier is on page 47 in Agresti. Another can be found here: <http://www.statlets.com/usermanual/glossary2.htm#outlier>.

Basically an outlier is a value that (a) stands out from the rest of the data, (b) is unusual or (c) improbable given some model of the data. Those are basically three different but related definitions of the concept of an outlier. In lay terms, we could say that an outlier is an observation that in some sense stands out from the rest of the data.

A univariate outlier is a value that stands out when the data are inspected one variable at the time. A bivariate outlier is a value that stands out when the data are inspected two variables at the time. A multivariate outlier is a value that stands out when two or more variables are considered at the time.

You can find examples of outliers at the following Internet addresses.

<http://lib.stat.cmu.edu/DASL/Stories/Breastcancer.html>

<http://lib.stat.cmu.edu/DASL/Stories/MaintainingBalance.html>

<http://lib.stat.cmu.edu/DASL/Stories/EducationalSpending.html>

<http://lib.stat.cmu.edu/DASL/Stories/nycrime.html>

<http://lib.stat.cmu.edu/DASL/Stories/FuelEfficientBuickWagon.html>

<http://lib.stat.cmu.edu/DASL/Stories/AirPollutionandMortality.html>

2002-05-05b GBA

Dæmi 5: Raðtölur

Ég á í vandræðum með dæmi 5 (rokkónlist) í Stoðheftinu. Ég er búinn að leysa samskonar dæmi (18) en hef ekki náð að leysa þetta. Sérstaklega vefst fyrir mér að sumar hljómsveitirnar eru hlið við hlið (t.d. Sex pistols og Pixies).

Ef þú skoðar glæru nr. 7 í Raðfylgni Spearmans sérðu að Eisley og Nembhard fá báðir raðtöluna 4,5 þar sem þeir eru jafnir í stigafjölda í leik.

Sama á við í dæmi 5. Sex Pistols og Pixies eru jöfn í sæti og fá því meðaltal raðtölnnar, væntanlega 9,5 í þessu tilfelli.

1999-04-28 GBA

Hvernig raðast flokkar í dæmi 8?

Ég er í vandræðum með dæmi 8 í Stoðkverinu. Í hvernig röð eiga hóparnir að flokkast niður í töflunni? Ef ég er með Viðhorf til ríkisstjórnarinnar sem óháða breytu, hvað ræður því þá hvort ég set „Hlyntir ríkisstjórninni“ á undan „Á móti Ríkisstjórninni?“ Sagt er að maður eigi að fara í vaxandi röð til hægri fyrir óháðu breytuna, en vaxandi röð upp, fyrir háðu breytuna. Ég get ekki séð þetta fyrir mér.

Röðin á gildum breytunnar sem gefur til kynna viðhorf til ríkisstjórnarinnar er hreint álitamál. Þú getur raðað þeim ýmist [Hlyntir; Á móti] eða [Á móti; Hlyntir]. Röðin er hreint smekksatriði. Sjálfum finnst mér eðlilegt að vera jákvæður og telja það að vera hlyntur meira en það að vera á móti, þ.e. að láta breytuna mæla velvild í garð ríkisstjórnarinnar. Ef þú vilt láta hana mæla andstöðu við ríkisstjórnina þá er það í góðu lagi líka.

Sami vandi kemur upp við hina breytuna, þ.e. viðhorf til álversins. Við getum ýmist raðað henni [Hlyntir; Hlutlausir; Á móti] eða [Á móti; Hlutlausir; Hlyntir]; hér væru sömu sjónarmið uppi og með hina breytuna og valið hreint smekksatriði.

2001-02-15a GBA

Hvernig á að raða gildum jaðarbreyta í töflum?

Ég hef verið að fara yfir verkefnið í Stoðkverinu og það er eitt atriði að rugla mig. Það er í sambandi við uppsetningu í töflur. Í Aðferðafræði I lærðum við að setja upp töflur þannig að dálkar lækki frá vinstri til hægri og línur lækki ofanfrá og niður, svona:

	Hátt	Miðlungs	Lágt
Hátt			
Miðlungs			
Lágt			

En svo segir þú á glæru 2 í fyrirlestrinum Fíi að raðbreytur eigi að raða þannig að þær hækki frá vinstri til hægri og ofan frá og niður. Þegar ég síðan skoða Stoðkverið sé ég að röðunin er upp á ofan, þ.e. ólík röð eftir dæmum.

Þessi ruglingur í mér veldur því að ég lendi í vandræðum með niðurstöður. Ég fæ t.d. stundum jákvætt ták þegar svörin gefa upp neikvæð tengsl og öfugt.

Spurningin er sem sé hver er besta leiðin til að setja upp töflur?

Á glærinni *Þekking á heimilisfangi* í fyrirlestrinum *Fylgnistuðullinn fí* fylgi ég leiðbeiningum Kohouts á bls. 67–68. Ef farið er eftir þeim á það að tryggja að neikvæð tengsl í töflunni gefi neikvæðan mælitölur reiknaðar með formúlunum sem gefnar eru upp á formúlublöðunum.

Þú bendir á að mælt sé með annarri röð í Aðferðafræði I og að ósamræmi sé milli verkefna að þessu leyti í Stoðkverinu. Slíkt ósamræmi er alvanalegt og í rauninni

ekki hægt að tala um rétta eða ranga röð á þessu leytnu. Þú þarft því að vera viðbúin því að „rangt“ sé raðað í töflurnar og geta leiðrétt niðurstöðurnar í samræmi við það. Ég hef jafnvel staðið sjálfan mig að því að brjóta reglurnar þegar ég skoða prófverkefni eftir hluta- eða lokapróf í Aðferðafræði II. Ósamræmið í Stoðkverinu er þó frá því fyrir minn tíma sem kennari í Aðferðafræði II.

Ég mæli alltaf með því að skoða vel viðkomandi töflur þegar búið er að reikna mælitölurnar. Ef tengslin eru neikvæð, þá er rétt að túlka mælitöluna sem neikvæða hver svo sem hin talnalega niðurstaða hefur verið. Ef tengslin eru jákvæð, skal túlka mælitöluna eins og hún væri jákvæð. Þannig má aldrei treysta hinni reiknuðu niðurstöðu fyrr en taflan hefur verið skoðuð og ákvarðað hvort um jákvæð eða neikvæð tengsl er að ræða. Athugaðu þó að tengsl nafnbreyta eru að sjálfsögðu hvorki jákvæð né neikvæð.

Mér finnst synd að þetta sé svona, en svona er einfaldlega heimurinn gerður sem við lifum í. Ég efast einnig um að það sé skynsamlegt að elta þetta ósamræmi upp í Stoðkverinu, því sennilega er best að það endurspegli ósamræmi raunheimsins að þessu leytnu.

2001-04-03b GBA

Hvernig veit ég hvernig gildi raðast í töflum?

Á glærunum segir að frumbreyta skilgreini dálka og raðbreytur hækki frá vinstri til hægri og ofan frá og niður. Stundum virðist þetta þó ekki vera raunin.

Hvernig veit ég til dæmis að í töflu í verkefni 8 í Stoðkverinu raðist breytur svona:

	Á móti	Hlynntir
Hlynntir		
Hlutlausir		
Á móti		

Ég fæ ekki séð hver er hækkunin eða lækkunin í slíkum breytum og ef hlynntir telst "hærra" á frumbreytunni af hverju telst það þá „lægra“ á fylgibreytunni?

Yfirleitt erum við jákvæð og lítum svo á að það sé meira að vera hlynntur heldur en á móti. Þetta felur í sér að við teljum breytur mæla *jákvæð* viðhorf til álversins og ríkisstjórnarinnar. Eðlilega má snúa þessu við og ganga út frá því að metin sé andstaða fremur en fylgi.

Skoðaðu fyrirspurnina **Hvernig á að raða gildum jaðarbreyta í töflum?** en hún svarar sennilega spurningunni að öðru leyti.

Í stuttu máli þá skiptir þetta ekki máli hvernig gildum er raðað nema fyrir merki niðurstöðunnar, þ.e. hvort hún verði í plús eða mínus. Því legg ég áherslu á að taflan sé skoðuð eftir að mælitölu hefur verið reiknuð og túlkuð miðað við töfluna sjálfa en ekki eftir því hvort útreikningar skila jákvæðri eða neikvæðri niðurstöðu. Ef taflan sýnir neikvæð tengsl, er niðurstaðan túlkuð sem væri hún neikvæð; ef taflan er með jákvæð tengsl er niðurstaðan túlkuð eins og hún væri jákvæð.

2002-05-05c GBA
2003-01-09d GBA

Hvað er samhverf tafla?

Í Stoðkverinu segir í einu svarinu: Taflan er samhverf með tveimur að hluta röðuðum breytum. Hvað þýðir þetta og hvernig veit maður hvort töflur eru samhverfar eða ekki?

Samhverf (*symmetric*) tafla hefur sama fjölda lína og dálka. Þannig eru töflur sem eru 2x2 (tveir dálkar og tvær línur) eða 3x3 samhverfar, en t.d. er 2x3 tafla ósamhverf.

2002-02-15c GBA

Samhverfar töflur og mælitölur

Ég var að velta fyrir mér hvað er átt við með samhverf mælitala. Er það að taflan til dæmis í t_a sé 2x2 eða 3x3, þ.e. hafi jafnmarga dálka og línur?. Er t_a þá nokkuð samhverf? Þú sagðir nefnilega í svári við einni fyrirspurn að t_a væri samhverf mælitala.

Þú ert að rugla saman tvennu, þ.e. sama hugtakið notað í tvenns konar samhengi.

Við getum talað um samhverfar töflur, þ.e. 2x2, 3x3, 4x4 og svo framvegis. Athugaðu t.d. fyrirspurnina **Hvað er samhverf tafla?**

Við getum einnig talað um samhverfar mælitölur, t.d. Pearson r og t_a . Í því felst að við fáum sömu niðurstöðu óháð því hvor af tveimur breytum er látin vera frumbreyta. Skoðaðu fyrirspurnina **Er t_a -c samhverf mælitala?**

2002-05-05a GBA

Kendalls t_a

Mig langaði að spyrja að einu! Inni á glærurni *Kendalls t_a og skyldar mælitölur* er glæra sem er nr. 2 af 11. Fyrirsögnin er „Hversu oft í bíó?“ Mig langar að vita hvernig tölurnar eru færðar inn sem punktar í glæru nr. 3 af 11 í skematísku töflunni. Þar stendur að *hver* einstaklingur sé táknaður með einum punkti. Hvernig fæ ég þær tölur þ.e. samtals 18?

Hver einstaklingur er táknaður með einum punkti. Þú getur breytt punktunum í tölur með því að *telja punktana* við hverja mælingu og skrifa tölu í staðinn. Í fyrsta dálki til hægri væri þá fyrsta mælingin 2 (aldur= 16–24 ára; hve oft í bíó= 40–∞), næsta fyrir neðan 2 og sú þriðja einnig 2, samtals 6. Fjöldi einstaklinga í næsta dálki er 6 (aldur:25–44), og í þriðja dálki (aldur 45–75) einnig 6. Síðan eru summur allra dálka lagðar saman og fæst þar 18 (sama ef þú myndir leggja saman summu raða).

03.02.99 EÖE
22.02.99 GBA

Tá, gamma og viðlíka stuðlar

Það er eitt sem vefst alveg ferlega fyrir mér: Hvenær í ósköpunum er gamma notað?

Nú er talað um að gamma sé frekar „óáreiðanlegur“ stuðull, þ.e. að hann taki ekki tillit til þeirra sem eru jafnir á frumbreytu/fylgibreytu (eins og Somers d gerir, sitt í hvoru lagi reyndar og Kendalls τ tekur tillit til í einni og sömu jöfnunni). Það sem ég á við er, við hvaða aðstæður er gamma reiknað? Eru einhverjar aðstæður sem Kenndalls tau/ Somers d ráða ekki við sem ég hef ekki komið auga á í bókunum? Ég hef enn ekki fundið nein afdráttarlaus svör. Ég hef þó rekið mig á það, eftir að ég notaði gamma „óvart“ í stað þess að nota τ_c að mikill munur var á niðurstöðum: gamma sýndi 55% fækkun mistaka meðan að τ_c sýndi 27%!

Þetta er að mínu mati ansi mikill munur og óskiljanlegt að fræðimenn skuli sætta sig við slíkar niðurstöður yfirleitt.

Mun á τ -b,c og gamma er vel lýst á bls.229-232 í Kohout (VIII.3.1. TAU, GAMMA, AND SOMERS' d DESCRIBE THREE DIFFERENT RELATIONSHIPS BETWEEN ORDERED VARIABLES).

Í stuttu máli þá mæla þessir stuðlar mismunandi sambönd og gefa mismunandi niðurstöður. Þetta helgast af því að τ_b tekur með í reikninginn þau pör sem eru jöfn í töflunni, en gamma gerir það ekki. Af þessu leiðir að τ_b gerir afdráttarlausari kröfur til sambands breytanna. τ gerir þá kröfu (a) að hækkun á frumbreytu sé samfara hækkun á fylgibreytu og (b) að einstaklingar sem eru jafnir á frumbreytunni séu einnig jafnir á fylgibreytunni. Ef tengslin eru af einhverju öðru tagi, verður τ lægra en gamma, sbr. myndirnar á bls. 229 í Kohout.

Þessar mismunandi kröfur til sambands breytanna eru ekki ólíkar muninum á Pearson r og Spearman raðfylgnistuðlinum. Ef tengsl tveggja samfelldra breyta mynda beina lína fæst svipuð niðurstaða hvort sem notað er Pearson r eða Spearmans ró. Ef tengslin eru aðeins einhalla (*monotonic*) en ekki beinlínutengsl (t.d. sveigbogi upp á við) þá gefur Pearson r lægri niðurstöðu en Spearmans ró.

Á bls. 230 í Kohout eru gefin greinargóð dæmi um mismunandi niðurstöður og túlkun stuðlanna.

04.02.99 EÖE
04.02.99 GBA

Mér finnst svolítið ruglandi að finna út hvaða stuðul ég á að nota hverju sinni. Mér skilst að aðal þumalputtareglurnar séu að skoða lögun töflunnar (2×2 , 2×3 , 3×4 , ...) og svo að hafa í huga hvaða breytur eru þar (raðbreytur, nafnbreytur, ...). Það sem ég er hins vegar ekki með á hreinu er hvaða töflulögun á við hvaða stuðul og þá sérstaklega hvaða breytur eru algengastar þegar nota skal tiltekna stuðla, eða þá hvaða stuðlar gefa til kynna að vissa stuðla skuli alls ekki nota.

Ég þarf ekki nákvæma skýringu á þessu; blaðsíðunúmer kæmi sér alveg jafn vel, ef ske kynni að eitthvað slíkt hafi farið fram hjá mér.

Yfirlit má fá yfir stuðla, hvernig breytur þeir eiga við og hvernig skal túlka þá á tímaglæru hjá Guðmundi (Mælitölur á tengsl breyta, glæra 9).

Hvort spurning varði Pearson r , eta eða Spearmans ró má sjá hvernig spurningin er orðuð: Hlutfylgni (Pearson r) fjallar um áhrif þriðju breytu, eta fjallar um tengsl

nafnbreytu og samfelldrar breytu eða ólínulegt samband tveggja samfelldra breyta og Spearman fjallar um tengsl tveggja raðbreyta (hvernig slík tafla lítur út verður nokkuð augljóst ef þú berð saman nokkrar Spearman spurningar í Stoðkverinu, til þess að finna þau dæmi fljótt skalt þú kíkja á svörin aftast). T_a á aðeins við 2×2 töflu. Gamma og t_a eiga við um töflur þar sem báðar breytur eru flokkaðar og þar sem flokkunum mynda einhvers konar röð. Gamma á bæði við samhverfar og ósamhverfar töflur. T_b á aðeins við samhverfar töflur (3×3 , 4×4 , ...). T_c á aðeins við ósamhverfar töflur (2×3 , ...). Lamda á við þegar báðar breyturnar eru á nefnikvarða.

Góð lýsing á muninum á t_a , og gamma má finna á bls. 230 í Kohout (í hluta VIII.3.1. TAU, GAMMA, AND SOMERS' d DESCRIBE THREE DIFFERENT RELATIONSHIPS BETWEEN ORDERED VARIABLES).

04.02.99 EÖE
04.02.99 GBA

Gætir þú útskýrt fyrir mér hvað T_X og T_Y standa fyrir í jöfnunni um Kendalls tá?

T_X í jöfnunni um Kendalls tá stendur fyrir öll talnapor sem eru jöfn á frumbreytu en ójöfn á fylgibreytu. Við setjum frumbreytur í dálka, og því fáum við T_X með því að reikna saman öll por sem eru saman í dálki töflunnar en í ólíkum línunum hennar.

Við reiknum T_X þannig út úr töflu. Þú byrjar neðst til vinstri í töflunni og margfaldar töluna þar með summu talnanna fyrir ofan. Síðan gerir þú hið sama við næsta hólf fyrir ofan í dálkinum og koll af kalli, nema þú sleppir efstu hólfum (því þau hafa engin hólf fyrir ofan sig). Þá leggurðu tölurnar saman fyrir dálkinn. Svo endurtekur þú þetta fyrir alla dálkana og summa útkomanna úr þessum dálkum er T_X . Æfingadæmi og skýring á þessu skref fyrir skref er í Kohout, bls. 233-234, þar sem T_X og T_Y eru reiknuð fyrir töfluna efst á bls. 233.

T_Y stendur fyrir öll talnapor sem eru jöfn á fylgibreytu en ójöfn á frumbreytu. Fylgibreytan er í línunum töflunnar, þannig að þú reiknar það á eftirfarandi hátt. Þú byrjar neðst til vinstri í töflunni og margfaldar töluna þar með summu talnanna til hægri í þeirri röð. Síðan gerir þú hið sama við næsta hólf til hægri í röðinni og koll af kalli, nema þú sleppir hólfunum lengst til hægri (sem hafa engin hólf hægra megin við sig). Þá leggurðu tölurnar saman fyrir röðina. Svo endurtekur þú þetta fyrir allar raðirnar og summa útkomanna úr þessum röðum er T_Y . En ég bendi aftur á Kohout, bls. 233-234

08.02.99 GTH
22.02.99 GBA

Hvað eru jafnir samanburðir í t_a -b?

Það er nokkur atriði sem eru eitthvað að þvælast fyrir mér. Til dæmis allt þetta í sambandi við jafna samanburði. Hvað eru þeir nákvæmlega og fer það ekki mikið eftir þeim hvort ég reikna Somers d, t_a -b og gamma eða hvað ?

Jafn samanburður er það ef við erum eins bæði á frumbreytu og fylgibreytu. T.d að við séum bæði lágvaxin og bæði meðalpung. Samanburðir geta líka verið jafnir aðeins á frumbreytu (við erum bæði lágvaxin en þú ert grannvaxin en ég er feitur) eða aðeins jafnir á fylgibreytu (þú ert meðalhá en ég lágvaxin en við erum bæði með miðlungs vaxtarlag).

Þör sem eru jöfn á bæði frum- og fylgibreytu detta yfirleitt út úr jöfnunum. Það fer síðan eftir mælitölunum sem ég reikna hvort tekið er tillit til samanburða (para) sem eru aðeins jöfn á frumbreytunni eða aðeins jöfn á fylgibreytunni. Kendalls tá tekur t.d. tillit til hvoru tveggja.

Er τ_c samhverf mælitala?

Er τ_c samhverf mælitala?

Já! τ_c er samhverf (*symmetric*) ef við fáum sömu niðurstöðu þrátt fyrir að við snúum töflunni, þ.e. gerum frumbreytuna að fylgibreytu og öfugt.

Við útreikning á τ_c þarf að reikna fjölda samanburða í samræmi og í ósamræmi. Þessar tölur fara síðan inn í formúluna sem sést hér til hliðar.

$$\tau_c = \frac{2(A-D)}{N^2 \left(\frac{m-1}{m} \right)}$$

N : Fjöldi staka

m : Fjöldi dálka eða lína

eftir því hvort er lægra

Ef við snúum töflunni sem við ætlum að reikna τ_c fyrir hefur það augljóslega ekki áhrif á heildarfjölda staka (N). Fjöldi dálka breytist í fjölda lína en stuðullinn m breytist ekki. Eina breytingin er í því fjölda samanburða í samræmi (A) og í ósamræmi (D). Við þurfum því að athuga hvort A og D breytist við slíkan snúning.

Ef málið er skoðað kemur í ljós að hvorki A né D breytist þótt frumbreyta verði að fylgibreytu eða öfugt. Einfaldast er að sjá þetta með því að skoða töflurnar hér til hliðar. Í efri töflunni er X frumbreytan en hún er orðinn fylgibreyta í neðri töflunni. Ég sýni með kassa þá samanburði sem eru í samræmi miðað við reitinn neðst til vinstri. Greinilega er í báðum tilfellum sýndir $5 \cdot (17+12)$ eða 180 samanburðir í samræmi. Við þá tölu bætast $12 \cdot 12$ samanburðir eða 144 þannig að samtals eru 324 samanburðir í samræmi í töflunni allri. Þannig má sjá að heildarfjöldi samanburða í samræmi breytist ekkert við það að snúa töflunni.

Y	X		Samtals
	1	2	
3	6	12	18
2	12	17	29
1	5	23	28
Samtals	23	52	75

X	Y			Samtals
	1	2	3	
2	23	17	12	52
1	5	12	6	23
Samtals	28	29	18	75

Með smá yfirlegu geturðu sannfærst um að sama gildir um samanburði í ósamræmi; fjöldi þeirra er sá sami óháð því hvor breytan er frum- og hvor fylgibreyta.

Þetta er auðvitað ekki stærðfræðileg sönnun en ætti að nægja til að sannfærast um að τ_c sé samhverf mælitala.

Hvað þýðir fækkun mistaka fyrir t_a og t_b ?

Ég skil ekki alveg túlkunina á t_a og t_b . Hvað þýðir: vitneskja um að X fækkar mistökum á forspá og öfugt.

Einnig ef ég fæ mínustölu úr stuðlinum með tilsjón við túlkun. Hvað segir mínustala mér, hvað segir plús tala mér?

Það er fjallað um í þetta í kafla VIII.3.1 í Kohout og í svari við dæmi 3 í Stoðkveri. Ef tveir einstaklingar eru ólíkir á frum- eða fylgibreytu spáum við að þeir séu ólíkir í sömu átt á hinni breytunni. Ef þeir eru jafnir á frum- eða fylgibreytu spáum við því að þeir séu einnig jafnir á hinni. Við munum ekki alltaf hafa rétt fyrir okkur en ef t_a er stærra en 0,0 þá gerum við færri mistök en ef við látum tilviljun ráða hverju við spáum um mun þeirra á fylgibreytunni.

Mínus og plús segir þér í hvaða átt sambandið gengur. Er t.d. aukinn aldur samfara jákvæðara viðhorfi til nýbúa ($t_a > 0$) eða samfara neikvæðu viðhorfi til nýbúa ($t_a < 0$)?

Vor 1999 GBA

Hvernig vel ég milli t_a og gamma í prófi?

Við erum að velja fyrir okkur mælitölunum Somers d , gamma, t_a og t_b . Við áttum okkur á því að þær mæla ólíka eiginleika og að þær henta allar þegar unnið er með tvær raðaðar flokkabreytur. En ef við fáum dæmi með tveim röðuðum flokkabreytum, á hverju sjáum við hverja þessara mælitalna eigi að nota?

Somers d er ekki lengur kennt í fyrirlestur sbr. fyrirlesturinn **Tá og skyldar mælitölur**. Einhverjar leifar eru gætu verið af því í stökum verkefnum í Stoðkveri.

Val á milli gamma og t_a fer eftir því nákvæmlega hvers konar tengsl þið viljið meta milli flokkabreytanna. Það fer því eftir nákvæmu orðalagi spurningarinnar hvor mælitalan er eðlilegri.

Þið eigið ekki að eiga von á spurningum í prófi þar sem gerður er greinarmunur á t_a og gamma. Ef þið veljið gamma í stað t_a þurfið þið þó að gæta þess að túlkunin sé í samræmi við þá mælitölu. Almennt séð er áherslan á t_a umfram gamma í námskeiðinu.

Ef til þess kemur að beðið sé um t_a fremur en gamma eða gamma fremur en t_a , verður það tilgreint sérstaklega í spurningunni.

Munurinn á t_a og t_b felst í því að t_a er notað fyrir samhverfar töflur en t_b fyrir ósamhverfar töflur.

2002-05-02c GBA
2003-01-09c GBA

Hvort nota ég tá eða eta?

Ég hef verið að reikna hlutapróf eitt og það eru nokkur atriði sem vefjast lítilliga fyrir mér. Í dæmi 3 [Verkefni 24 í Stoðkveri] þar sem spurt er um könnun á reykingum 14-16 ára. Hvort á ég að nota Kendalls t_a eða Eta?. eru þetta ekki tvær flokkaðar raðbreytur?

Þetta eru tvær meginlegar breytur, báðar rofnar. Í báðum tilfellum getum við litið svo á að þetta séu flokkar, ekki sé raðað innan flokkana en flokkarnir raðist. Því liggur beinast við að nota t_a -b.

Ef þú notaðir eta, þyrftir þú að líta fram hjá því að frumbreytan er meginleg. Eta lítur ætíð á frumbreytuna sem eigindlega og því tapast meginlegu upplýsingarnar. Eta getur því t.d. ekki verið mælikvarði á það hvort reykingar aukast eða minnka með aldri heldur aðeins hvort sé munur á reykingum eftir aldri. Auk þessa er fylgibreytan í þremur flokkum en ekki samfelld eins og eta gerir ráð fyrir. Fylgibreytan hentar því alls ekki fyrir etastuðul.

Hversu oft reykt	Aldur			Samtals
	14	15	16	
20 sinnum eða oftar	6	9	13	28
1–19 sinnum	9	6	8	23
Aldrei	18	16	11	45
Samtals	33	31	32	96

Vor 2000 GBA

Lambda

Má ég reikna lambda í 2 sinnum 2 töflu (sjá dæmi 7 Stoðkveri)? Er sama hvernig taflna lítur út svo framalega sem við erum með nafn- og raðbreytur?

Lambda er dálítið gallaður stuðull, þar sem hann spáir alltaf fyrir um flokkinn með hæstu tíðnina. Því er hugsanlegt að hafa töflu með raunveruleg tengsl milli frum- og fylgibreytu jafnvel þótt lambda sé 0,0. Þetta er ljóslega mikill galli á mælitölu á tengsl að hún sýni engin tengsl þó svo að tengsl séu fyrir hendi.

Í sjálfu sér má nota lambda á hvaða töflu sem er. En ofangreindur annmarki er það mikill að rétt er að forðast mælitöluna nema unnið sé með tvær nafnbreytur, þ.e. nema í tilfellum þar sem öðrum betri mælitölum er ekki til að dreifa.

Í 2 x 2 töflum er rétt að nota t_a ; Kendalls t_a gefur sömu niðurstöðu og t_a en er flóknari í útreikningi. Aldrei ætti að nota lambda nema ef klárlega er verið að leita að einföldum forspáupplýsingum.

Lambda svarar því hversu mikið forspá batnar við það að þekkja frumbreytuna. Forspá felst hér í því að geta réttilega tilgreint réttan flokk á fylgibreytunni út frá upplýsingum um frumbreytuna. Lambda mælir því ekki tengsl í sama skilningi og t.d. t_a . Kendalls t_a gefur til kynna hversu sterk tengsl eru milli tveggja breyta, en lambda einungis hversu hlutfallslega oft við spáum rétt fyrir um fylgibreytuna.

23.04.99 GBA

† Ólíkar tegundir staðalfrávik?

Í Agresti-bókinni (bls. 316–317) er talað um skilyrt staðalfrávik þar sem $n-2$ er undir striki, og síðan um staðalfrávik jaðardreifingar þar sem $n-1$ er undir striki. En í Aðferðafræði I var okkur kennd formúla fyrir staðalfrávik þar sem einungis n var undir striki. Er það þá þriðja tegundin af staðalfrávikum eða er það „einfölduð“ útgáfa af staðalfrávikum jaðardreifingar?

Í Aðferðafræði I var ykkur kennd formúla fyrir staðalfrávik sem á aðeins við þegar allar upplýsingar eru þekktar um þann hóp sem við viljum skoða. Ef ég vil t.d. vita meðalsumartekjur allra nemenda í félagsvísindadeild gæti ég spurt *alla* nemendur og reiknað meðaltal og staðalfrávik. Í slíku tilviki myndi ég nota formúluna sem kennd er í Aðferðafræði I.

Algengara er að hafa aðeins upplýsingar um hluta hópsins en vilja samt draga ályktanir um hópinn í heild sinni. Í félagsvísindadeild voru rúmlega 1.100 nemendur háskólaárið 1999–2000; augljóslega væri torsótt að afla upplýsinga um þá alla. Í stað þess gæti ég valið úrtak 100–200 nemenda; ef úrtakið er rétt valið, myndi það gefa glögga mynd af sumartekjum allra 1.100 nemenda við deildina.

Hér kemur upp vandamál. Formúlan fyrir staðalfrávik er svona: $s_x = \sqrt{\frac{\sum(x - \bar{x})^2}{N}}$. Í henni felst m.a. að við drögum meðaltalið frá hverju mæligildi fyrir sig, setjum í annað veldi o.s.frv. Þegar við höfum aðgang að öllum hópnunum er þetta ekkert vandamál, því þá vitum við hvert meðaltalið er. Ef við hins vegar höfum aðeins aðgang að hluta hópsins, úrtaki, þá þekkjum við yfirleitt ekki meðaltalið. Í slíku tilfalli notum við úrtaksmeðaltalið, meðaltal þess hluta hópsins sem við höfum aðgang að. En þar sem við viljum draga ályktun um staðalfrávik alls hópsins, skapar það ákveðna ónákvæmni í niðurstöðunum að notað sé úrtaksmeðaltal í stað meðaltals alls hópsins. Í þessu tilfalli leiðir ónákvæmin til þess að staðalfrávikinu verður að jafnaði eilítið lægra en staðalfrávik hópsins alls. Þannig að ef við myndum reikna staðalfrávik sumartekna fyrir alla nemendur félagsvísindadeildar á grundvelli 100–200 nemenda úrtaks, þá myndum við að líkindum vanmeta staðalfrávikinu ef við notuðum formúluna úr Aðferðafræði II.

Lausnin felst í því að lækka nefnarann í brotinu í formúlunni. Í stað þess að deila með N , deilum við með $N-p$, þar sem p er fjöldi þeirra mælitölna sem við þurfum að ákvarða í úrtaki í stað hópsins alls. Þegar við metum staðalfrávik í öllum hópnunum á grundvelli úrtaks, notum við meðaltal úrtaksins sem bestu spá fyrir um meðaltal hópsins sjálfs: p er því 1 og nefnarinn verður $N-1$. Formúlan fyrir staðalfrávikinu verður því eftirfarandi: $\hat{\sigma}_x = \sqrt{\frac{\sum(x - \bar{x})^2}{N-1}}$. Taktu eftir að í stað stafsins s fyrir staðalfrávik kemur táknið $\hat{\sigma}$. Gríski stafurinn sigma táknar að við erum að reikna staðalfrávik alls hópsins en ekki staðalfrávik úrtaks; haturinn yfir sigmanu gefur til kynna að við séum að reikna staðalfrávikinu á grundvelli upplýsinga í úrtaki en ekki á grundvelli hópsins alls.

Þegar við reiknum skilyrta dreifingu í kringum aðfallslínu erum við að kanna dreifingu leifarinnar (*residual*) í kringum spágildin sem beina línan skilgreinir. Beina línan er yfirleitt reiknuð á grundvelli upplýsinga í úrtaki og ekki byggð á upplýsingum um allan þann hóp sem við viljum fjalla um. Beina línan er ákvörðuð af tveimur mælitölum, fastanum og hallatölunni. Þar sem þessar tölur eru ákvarðaðar í úrtaki er ákveðin óvissa um stærð þeirra; sú óvissa hefur þau

áhrif að skekkja niðurstöður staðalfráviksins eins og það var reiknað í Aðferðafræði I. Lausnin er sem fyrr að nota $N-p$ í stað N í nefnara formúlunnar. Í þessu tilviki verður formúlan því $\hat{\sigma} = \sqrt{\frac{\sum(y-\hat{y})^2}{N-2}}$.

Eins og þú sérð er sama hugsunin á bak við allar formúlurnar. Því er ekki hægt að tala um margar tegundir staðalfrávika. Það er heldur ekki rétt að tala um einfaldar útgáfur af mælitölunni. Fremur er um að ræða að við þurfum að taka tillit til þeirra upplýsinga sem liggja fyrir og hvers konar dreifingu við erum að meta.

Í þessu samhengi getur verið gott að kynna sér hugtök eins og úrtak (*sample*), þýði (*population*) og spá (*estimate*); þetta eru allt hugtök sem tilheyra öðrum þriðjungi námskeiðsins og verða rækilega skýrð þar.

2001.01.26 GBA