

Mælitölur á tengsl breyta

Fyrirlestur í Aðferðafræði II

© 1998, 2000, 2001, 2003 Guðmundur Arnkelsson

All rights reserved. Copying or distribution prohibited without explicit permission. Students in Methodology II at the University of Iceland may print a copy for their own private use.

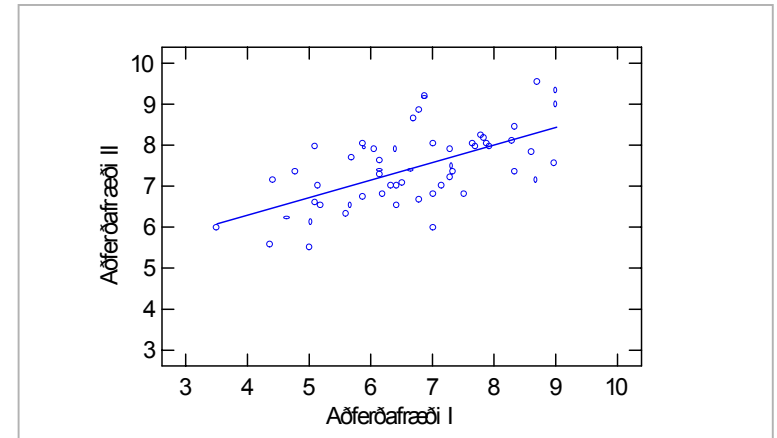
Almennt um tengsl breyta

Margar mikilvægar spurningar snúast um tengsl tveggja eða fleiri breyta.

Í aðalatriðum má spyrja þriggja spurninga um tengsl:

- Eru tengsl til staðar?
- Hversu sterk eru tengslin?
- Hver eru áhrif eins fyrirbæris á annað?

Ýmsar mælitölur meta tengsl og svara þessum spurningum.



- Jákvæð tengsl virðast vera milli einkunna í Aðferðafræði I og II.
- Tengslin eru þokkalega sterk.
- Hækkun um einn heilan í Aðferðafræði I skilar sér sem u.þ.b. hálfur í Aðferðafræði II.

Tegundir breyta

Samfelld

Fyrir hver tvö mæligildi er hægt að finna þriðja mæligildið sem fellur á milli hinna.

Megindleg

Gildi breytunnar gefa til kynna einhverja stærð eða magn eiginleika.

Rofin

Fyrirfram fastákvörðuð gildi sem þurfa ekki að mynda röð.

Eigindleg

Gildin gefa til kynna ólíka eiginleika eða flokka.

Tegundir breyta

	Samfelld	Rofin	
Megindleg	Aldur Viðbragðstími Meðaleinkunn á BA-prófi	Fjöldi námskeiða Lokaeinkunn námskeiðs Fjölskyldustærð	Gildi breytunnar gefur til kynna stærð eða magn
Eigindleg	[Ekki til]	Reykir – reykir ekki Prófgráða Starfsgrein	Gildi breytunnar gefur til kynna flokka eða eiginleika

Fyrir hver tvö gildi breytunnar er ætíð hægt að staðsetja það þriðja þar á milli.

Breytan tekur aðeins ákveðin tiltekin gildi.

Mælistig

Nefnistig

Eigindleg breyta; eitt stak er aðgreint frá öðrum.

Kennsl; greina má eitt stak frá öðrum.

Raðstig

Rofin meginleg breyta; gefur til kynna röð en ekki magn.

Kennsl og röðun; vitað hvort eitt stak sé hærra, lægra eða jafnt öðru.

Jafnbilastig

Rofin eða samfelld meginleg breyta; magn breytist jafnt milli eininga.

Kennsl, röðun og mismunur; vitað hve mikill munur er á stærð staka.

Hlutfallsstig

Rofin eða samfelld meginleg breyta; magn miðað við núllpunkt.

Kennsl, röðun, mismunur og hlutfall; hlutfallslegur munur er þekktur.

Marktekt: Eru tengsl til staðar

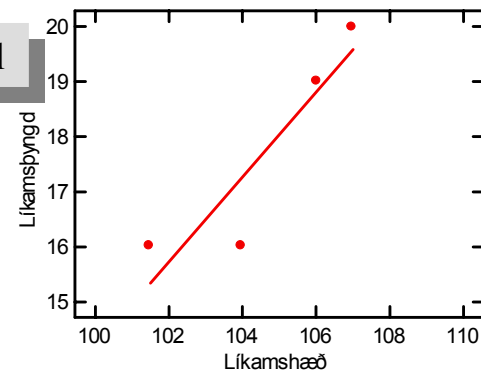
Niðurstöður fyrir lítinn hluta hóps þurfa ekki að lýsa hópnum öllum.

Efri myndin sýnir tengsl hæðar og þyngdar hjá fjórum forskólabörnum. Neðri myndin sýnir önnur fjögur börn.

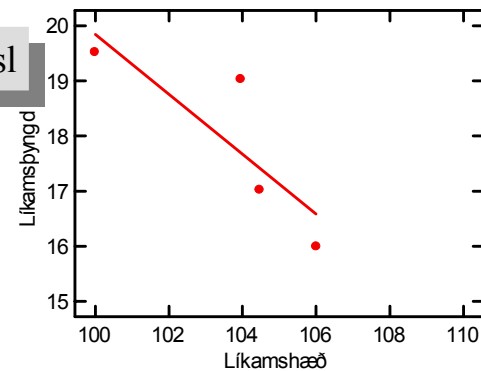
Tilviljun eða rangt val getur orðið til að niðurstöður gefi ranga mynd af raunverulegum tengslum.

Eru tengsl og í hvaða átt?

Jákvæð tengsl



Neikvæð tengsl



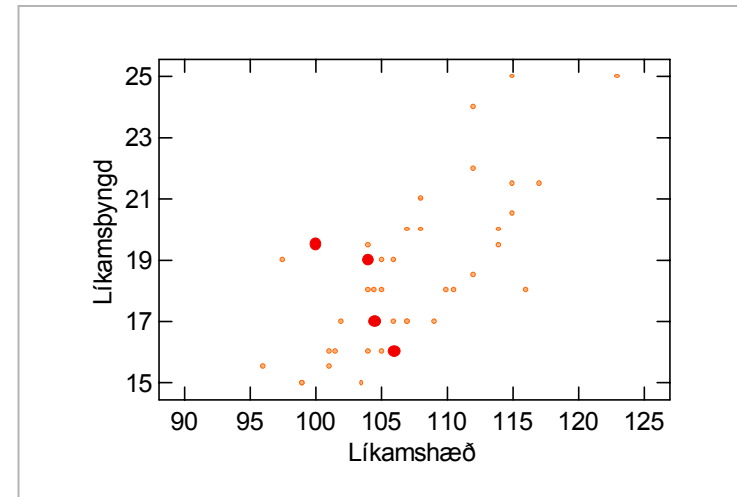
Marktekt

Myndin sýnir allan hópinn og greinileg jákvæð tengsl hæðar og þyngdar.

Börnin fjögur sem gáfu neikvæð tengsl eru sýnd með stórum punktum.

Greinilega getur hluti hóps, úrtak, gefið til kynna önnur tengsl en eiga við um hópinn allan.

Því er mikilvægt að vita hver áhrif tilviljunar er á niðurstöður.



Í marktekt (*significance*) felst að við teljum tengslin rétt, þ.e. þau séu einhver og í sömu átt og niðurstöður gefa til kynna.

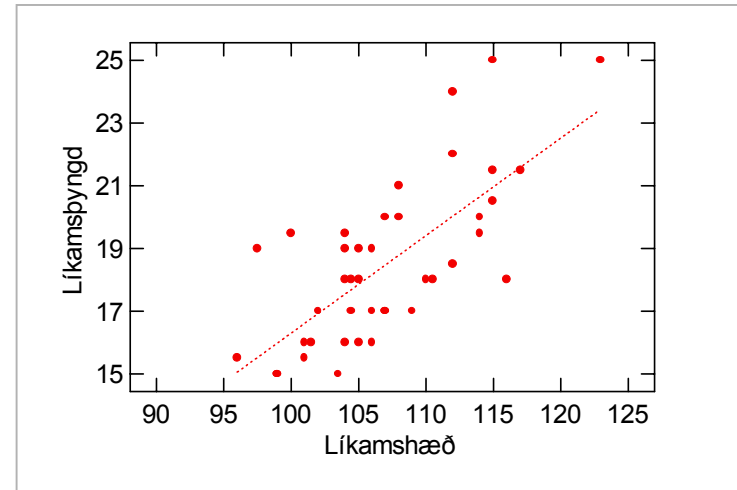
Áhrif einnar breytu á aðra

Hvernig birtist breyting á gildi frumbreytunnar sem breyting á gildum fylgibreytunnar?

Samkvæmt myndinni hækkar líkamsþyngd með aukinni líkamshæð.

Aðfallslínan gefur til kynna að hver sentímetri í hæð skili sér sem 310 gramma aukin þyngd.

Margar fullyrðingar um tengsl fela í sér áhrif (*effect*), sbr. dæmi.



$$\text{Þyngd} = -14,9 + 0,31 \cdot \text{Hæð}$$

$$\text{Framhaldsskóláeinkunn} = 1,3 + 0,72 \cdot \text{Samræmd einkunn}$$

Fyrir hvert ár sem einstaklingur reykir 1 pakka á dag styttest ævin um 1 mánuð.

Beinlínutengsl

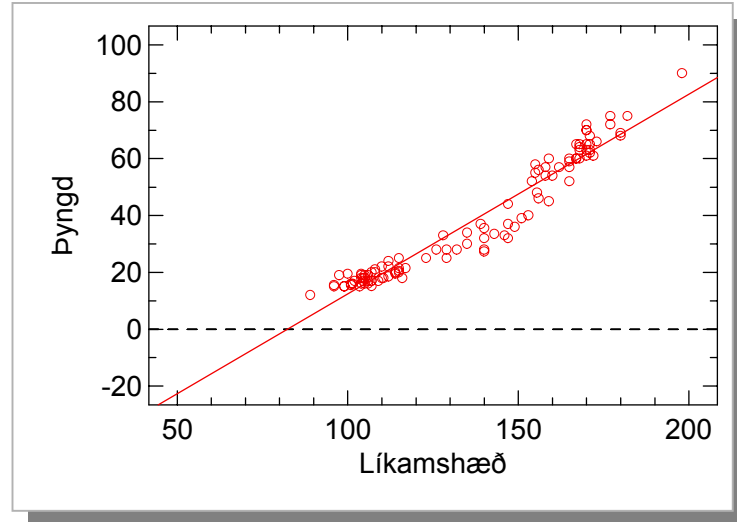
Ef áhrifin eru þau sömu óháð gildi frumbreytunnar eru tengslin línuleg.

Á myndinni eru viðbótargögn sem sýna tengslin yfir víðara svið.

Beina línan gerir ráð fyrir sömu þyngdarbreytingu, 703 gr, óháð því hver líkamshæðin er.

Línan passar gögnunum ekki vel auk þess sem hún gefur fráleitar niðurstöður fyrir þá sem eru lægri en 100 cm, þ.e. fyrir neðan svið gagnanna.

Línan ofmetur áhrifin við 100 cm en vanmetur þau við 150–170 cm.



$$\text{Þyngd} = -57,9 + 0,70 \cdot \text{Hæð}$$

Við mat á áhrifum er lykilatriði að átta sig á formum tengslanna.

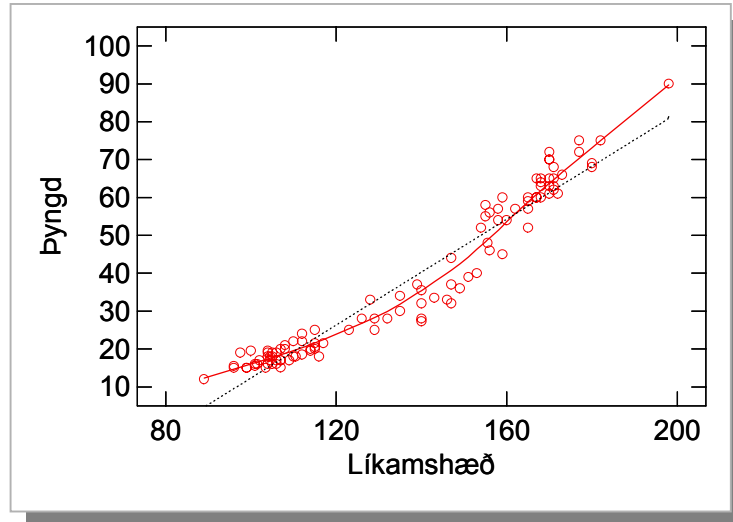
Sveigbogategsl

Sveigbogategsl lýsa tengslunum vel

Sveigbogalína fylgir gögnunum betur en bein lína. Hún fylgir gögnunum betur og frávík frá spágildunum—leifin—mun minni en fyrir beina línu

Í stað þess að gera ráð fyrir jöfnum áhrifum óháð líkamshæð, fara áhrifin vaxandi eftir því sem líkamshæð er meiri.

Áhrifin eru um 300 gr fyrir hvern cm á hæðarbilinu 80–140 cm, vaxa í um 860 gr. fyrir 121–160 cm og í um 905 gr fyrir 161–200 cm. Hæðarbreyting hefur því mismikil áhrif á þyngd eftir því hver líkamshæðin er—áhrifin breytast með líkamshæð!



Bein lína lýsir sambandinu ef horft er til þröngs hæðarbils og ekki alhæft út fyrir svið gagnanna. Sveigbogi gefur betri heildarmynd og vísbendingu um sennileg áhrif utan gagnasviðsins.

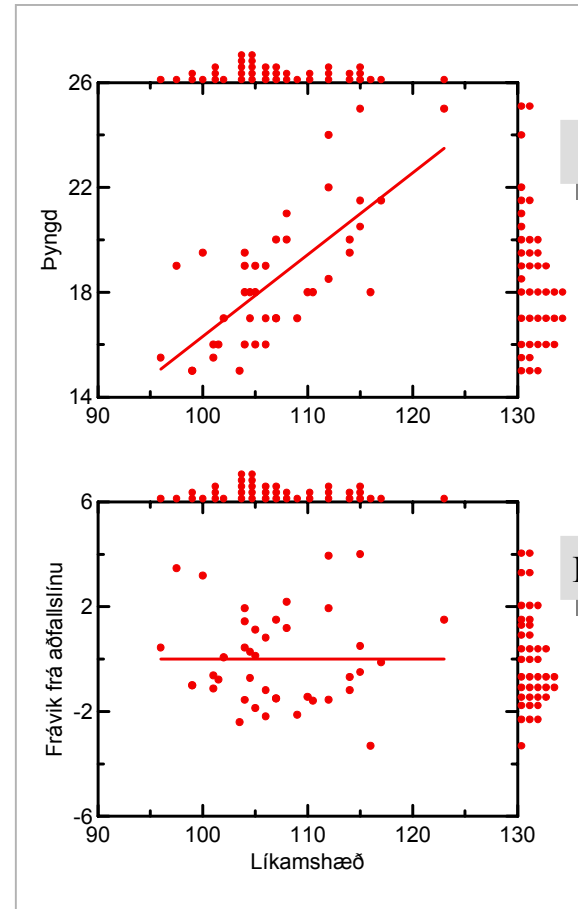
Hlutfallsleg skýring

Eftir því sem dreifingin er minni í kringum línuna á efri myndinni, því sterkari eru tengslin.

Þennan styrkleika má meta hlutfallslega með því að bera saman heildarbreytileikann og frávikin frá línunni.

Á neðri myndinni er línan lárétt svo frávikin sjáist betur. Á báðum myndum sjást mæligildin sem punktar á ásum myndanna.

Neðri myndin sýnir að dreifingin í kringum línuna er mun minni en heildardreifingin; Hæð skýrir því hluta af dreifingu þyngdar.



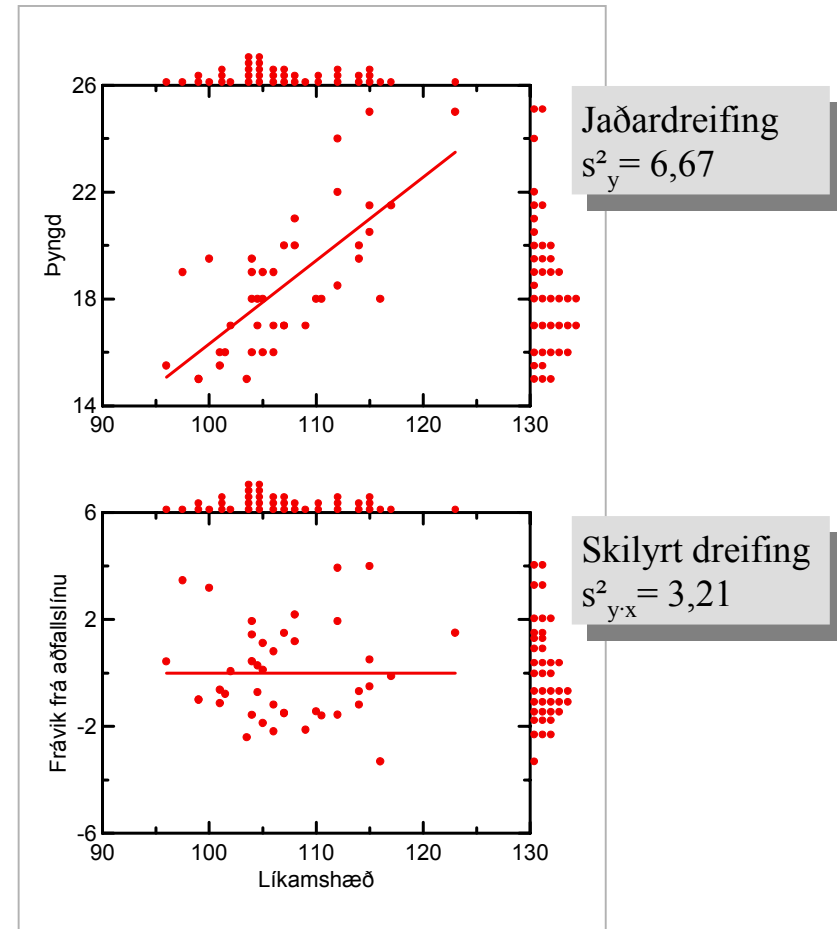
Jaðar- og skilyrt dreifing

Heildardreifingin er nefnd jaðardreifing (*marginal distribution*) og sést í jaðri efri myndarinnar.

Dreifingin kringum línuna er skilyrt dreifing (*conditional distribution*), þ.e. dreifing fylgibreytunnar fyrir hvert og eitt gildi frumbreytunnar.

Ef skilyrta dreifingin sé eins fyrir öll tölugildi frumbreytunnar, getum við metið hana með dreifingu frávikanna.

Dreifitala frávikanna er 3,21, sem er $3,21/6,67 = 48\%$ af jaðardreifingunni. Þau 52% sem vantar upp á eru því hlutfallsleg skýring hæðar á dreifingu þyngdar.



A: 9.4, bls. 323 – 326
‡A: 9.3, bls. 315–318

Mælitölur á tengsl breyta

Mælitölur á tengsl eftir tegundum breyta.

Mælitala	Tegund breyta	Túlkun
Pearson r	Megindlegar	r^2 : hlutfallsleg skýring; r : áhrif ef breytur eru staðlaðar
Sveigfylgni; η	Rofin frumbreyta Megindleg fylgibreyta	η^2 : hlutfallsleg skýring
Raðfylgni / Spearman's r_s	Tvær raðbreytur	r_s : áhrif; r_s^2 : hlutfallsleg skýring
Fí; ϕ	Tvær tvískiptar breytur	ϕ^2 : túlkað svipað og r^2
Tá; τ_b, τ_c	Tvær flokkaðar raðbreytur	Hlutfallsleg skýring
Lambda; λ	Tvær nafnbreytur	Hlutfallsleg skýring